

## DETECCIÓN DE FRACTURAS EN ROCAS POR MÉTODOS GEOFÍSICOS

Anahita Modiriasari<sup>1</sup>, Antonio Bobet<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Investigador posdoctoral, Lyles School of Civil Engineering, Purdue University, 550 Stadium Mall Drive, West Lafayette, IN 47905 USA, [amodiria@purdue.edu](mailto:amodiria@purdue.edu)

<sup>2</sup>Profesor de Ingeniería Civil, Lyles School of Civil Engineering, Purdue University, 550 Stadium Mall Drive, West Lafayette, IN 47905 USA, [bobet@purdue.edu](mailto:bobet@purdue.edu)

### RESUMEN

Uno de los problemas más importantes que limitan nuevos avances en el campo de la mecánica de rocas es nuestra inhabilidad para observar el daño dentro de la roca. Existen métodos, como el de la Emisión Acústica (AE por sus siglas en inglés) que se usan para tal efecto, pero que tienen limitaciones muy importantes, como su fidelidad, o como el hecho de que no pueden distinguir el tipo de daño, bien de tensión o de cortante, o dar información acerca de las propiedades ingenieriles de las fracturas creadas. Un método alternativo, o incluso complementario, al de AE es el método geofísico. Este artículo presenta una serie de ensayos de laboratorio en el que ondas P o S se transmiten a través de una probeta de arenisca de Berea, en la que se crea una fractura inicial, ensayada en carga 3PB ("three-point bending"), para inducir daño en el extremo de la fractura. Durante el ensayo, el daño inducido en la superficie de la roca se observa usando DIC ("Digital Image Correlation"). Los resultados de los ensayos muestran que los dos métodos, el de observación directa a través del DIC y el método geofísico, identifican al mismo tiempo el momento de la iniciación del daño en el extremo de la fractura. La ventaja del método geofísico sobre el de observación directa, es que aquel se puede usar para detectar el daño en el interior de la roca.

**Palabras claves:** daño en roca, detección de daño, iniciación de fracturas, métodos geofísicos.

### ROCK FRACTURE DETECTION IN ROCK USING GEOPHYSICAL METHODS

#### ABSTRACT

One of the most important limitations that exist to move forward the field of rock mechanics is the inability to observe damage inside the rock. While methods exist to that end, such as Acoustic Emission (AE), they have important limitations such as precision, their inability to discriminate between different types of cracks or to provide information about the engineering properties of the fractures created. An alternative, or perhaps even a complementary method to AE, is the geophysical method. The paper describes the use of transmitted P and S waves through a pre-cracked rock specimen loaded in three-point bending (3PB), to detect damage at the tip of the crack prior to failure. A comparison between changes of amplitude of the transmitted waves, as the specimen is loaded, with surface observations using Digital Image Correlation (DIC) shows that both methods provide similar estimates of the instant when damage first appears at the tip of the crack. The advantage of the geophysical method over DIC, or direct observation, is that it can be used to detect damage inside the rock.

**Keywords:** rock damage, damage detection, fracture initiation, geophysical methods.

**Nota Editorial:** Recibido: marzo 2019; Aceptado: noviembre 2019

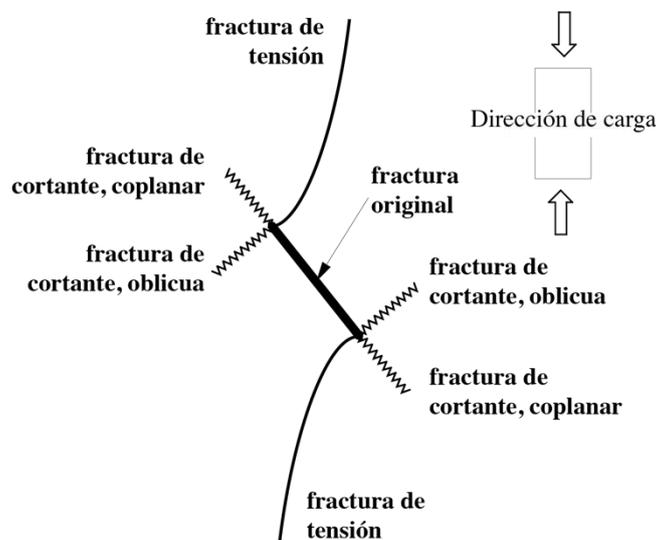
### 1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento de los macizos de roca está determinado principalmente por la presencia de fracturas, discontinuidades o juntas (estos términos se usan indistintamente en este artículo), dado que afectan la rigidez, resistencia y permeabilidad del medio rocoso [1]. La presencia de fracturas naturales o inducidas, así como su interacción, tiene una gran importancia para la construcción de infraestructura, para proyectos medioambientales, o para la extracción de recursos naturales y de energía. Por ejemplo, la estabilidad de taludes naturales o excavados, o la de túneles, depende de la presencia e interacción de fracturas [2]; la extracción de petróleo o de gas natural de las pizarras depende de la estimulación del yacimiento a través de la fracturación hidráulica para aumentar su permeabilidad [3]. Cualquier actividad que se desarrolle en el subsuelo puede alterar las condiciones existentes al generar cambios de esfuerzos, que a su vez pueden producir nuevas fracturas, hacer que las que ya existen se propaguen, y en general producir daño debido a

la interacción de todas estas fracturas o a su potencial combinación o coalescencia. Ciertamente, uno de los problemas de mayor interés en la mecánica de rocas es el del daño inducido en el medio rocoso ya sea porque se generan nuevas fracturas, porque las ya existentes llegan al punto de rotura o se propagan, o se combinan entre sí. En el límite, la rotura se produce por la acumulación de daño debido a uno de los mecanismos descritos o a la combinación de varios de ellos. Claramente, una auscultación efectiva del macizo rocoso que pudiera dar información del nivel de daño sería de gran utilidad y facilitaría el diseño de obras y proyectos en roca, así como la estimación de su riesgo de falla.

Tradicionalmente, el diseño de estructuras en roca se basa en estudios geológicos de levantamiento de fracturas y en la estimación de su resistencia al corte. Estas propiedades se tratan de manera determinística, en general, pero también desde un punto de vista probabilístico y de riesgo [4, 5]. La gran mayoría de los métodos de diseño y de cálculo asumen que las fracturas en la masa de roca no evolucionan con el tiempo (por ejemplo se ignora la propagación subcrítica de fracturas) o con los cambios de esfuerzos (se ignora la propagación y/o creación de nuevas fracturas). Como excepción quedan quizás los proyectos de gran envergadura donde se usan modelos numéricos sofisticados, como los DEM (Discrete Element Method; Método de los Elementos Discretos). En cualquier caso, lo cierto es que los mecanismos de propagación de fracturas o los fenómenos físicos subyacentes, no están bien entendidos. Este es un problema fundamental que impide el desarrollo de nuevos, y más precisos, modelos numéricos en medios discontinuos.

En las últimas décadas, se ha realizado un esfuerzo muy importante para establecer, en el laboratorio, los mecanismos de fracturación que ocurren en probetas de roca que contienen fracturas no persistentes. La gran mayoría de estos ensayos se han realizado con las fracturas en modo de carga I (tensión) o I-II (compresión y cortante). Se han realizado ensayos de compresión uniaxial en vidrio [6, 7]; en granito de Chelmsford [8]; en escayola [9, 10]; en caliza y granodiorita [11]; en material CR39 [12]; en arenisca [13]; en mármol [14-16]; y en yeso [17-20]. En compresión biaxial, en polimetilmetacrilato [21] y en yeso [22]. Aunque, aparentemente, haya importantes diferencias en los resultados obtenidos por los distintos investigadores, es posible encontrar similitudes y proponer mecanismos comunes [23]. La figura 1 muestra un modelo conceptual de las fracturas que se producen, en compresión, en roca. Se observan dos tipos de fractura, clasificadas de acuerdo con su mecanismo de creación: (1) de tensión; y (2) de cortante.



**Figura 1:** Fracturas en roca en compresión uniaxial [23]

Las fracturas de tensión se originan en el extremo, o cerca del extremo, de la fractura original y aparecen inclinadas con un ángulo que depende de la inclinación de la fractura original. Son estables; es decir se propagan a medida que la carga aplicada aumenta, y crecen orientándose con la dirección de la carga. Ésta es la razón por la que también se las conoce como fracturas “en ala”, por su forma. Como su nombre indica, se crean por un esfuerzo de tensión y su superficie se caracteriza por la ausencia de residuos; es decir, se muestra limpia. Las fracturas de cortante siempre se originan en el extremo de la fractura original y son estables al principio, pero con cargas mayores pueden convertirse en inestables. Su propagación es compleja y sinuosa, y puede continuar como fractura a cortante o cambiar a tensión. Su superficie suele contener residuos de polvo, como producto del deslizamiento de una superficie de la fractura respecto de la otra.

Normalmente, las fracturas de tensión aparecen antes que las fracturas de cortante dado que la resistencia de la roca es menor en tensión que en compresión.

Muy pocos ensayos se han hecho en modos de carga más complejos, I-II-III. La razón es que, con los modos I-II, el daño se puede observar en la superficie de la probeta, mientras que en cargas que incluyen modo III, el daño ocurre en el interior del material. Esto ha requerido que los ensayos se realicen con materiales transparentes, como el polimetilmetacrilato [24, 25], para poder observar las nuevas fracturas que se producen en el interior. Sin embargo, no está establecido que el comportamiento de estos materiales sea parecido o representativo del de las rocas. Lo que sí es claro es que la investigación del daño en roca se limita a las observaciones que se puedan hacer directamente en la superficie de las probetas. Existen métodos no destructivos que permiten auscultar el interior del material. Uno de éstos es el método de Emisiones Acústicas (AE, por sus siglas en inglés), que se basa en la producción de ondas acústicas cuando se crea una fractura. Este método se ha usado satisfactoriamente en el laboratorio y en el campo para determinar el momento en el que el daño se produce y para localizar el daño [26, 27, 28]. No está claro, sin embargo, si AE puede identificar el tipo de daño, si en tensión o en cortante, dado que los dos producen emisiones acústicas. Tampoco está claro si AE es el resultado del daño o un precursor del daño. Un método alternativo o incluso complementario al de AE es el de las ondas sísmicas elásticas, tanto ondas P, de compresión, como S, de cortante, ya que la propagación de ondas a través de medios fracturados parece que puede utilizarse para identificar el daño, tanto el momento en el que ocurre como el tipo de daño, de tensión o de cortante, así como ciertas propiedades de la nueva fractura, como su rigidez [29-31].

En este artículo se presentan una serie de ensayos 3 PB (“three point bending”) en arenisca de Berea donde se investigan los cambios de ondas P y S que atraviesan la roca a medida que la carga se incrementa.

## 2. MÉTODOS EXPERIMENTALES

Los ensayos consistieron en cargar en compresión probetas prismáticas de arenisca de Berea. Esta roca está formada por granos silíceos, con distribución de tamaño bastante uniforme, entre 0,1-0,8 mm de diámetro, con cementación también silícea. La roca es de origen sedimentario y presenta coloraciones grises claro. Las probetas se obtuvieron cortando bloques de la arenisca hasta tener unas dimensiones de 118,65 mm de largo, 50 mm de alto y 21 mm de ancho, tal como se muestra en la figura 2(a). Una muesca de 10 mm de profundidad y aproximadamente 1 mm de ancho se cortó en el centro del prisma, de manera que éste sea el lugar donde se inicie el daño durante el ensayo. La carga de la probeta se realizó con una máquina Instron, con una velocidad de desplazamiento constante igual a 0,03 mm/minuto. Es una velocidad de carga suficientemente pequeña como para poder observar el proceso de rotura. La figura 2(b) muestra el ensayo en el que la probeta descansa sobre dos cilindros metálicos en su extremo y la carga se transmite a través de un tercer cilindro, también metálico, colocado en el centro de la viga, alineado con la muesca en la parte inferior. Este ensayo somete a la fractura (muesca) a un método de carga modo I; o sea sólo de tensión.

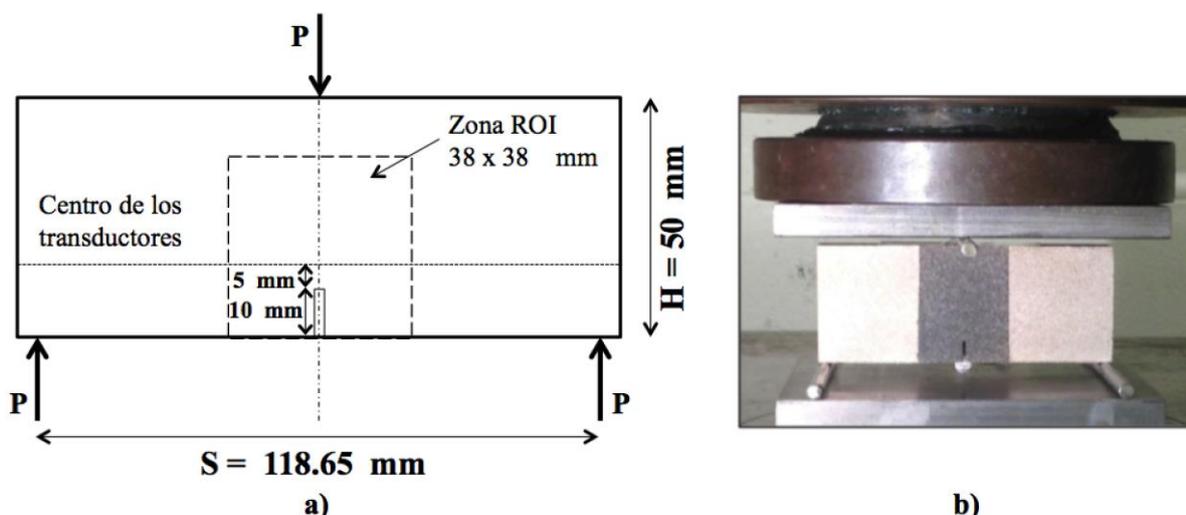
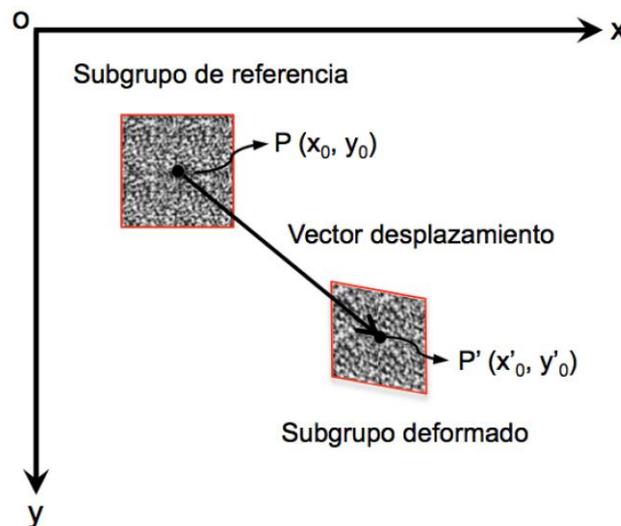


Figura 2: Ensayo 3PB (a) probeta; (b) ensayo de carga mostrando la zona ROI para DIC

Dos métodos se utilizaron para observar el proceso de fracturación: (1) Digital Image Correlation (DIC), o correlación de imagen digital, y (2) métodos geofísicos.

El DIC es un método óptico con el que se pueden medir los desplazamientos y deformaciones de una superficie plana a medida que se deforma [32-34]. Los desplazamientos se obtienen comparando las imágenes digitales obtenidas antes y después de la deformación, las cuales son creadas durante el ensayo. Estas deformaciones se obtienen en un área denominada “región de interés” (ROI, por sus siglas en inglés: “Region Of Interest”). Para ello, el área ROI debe consistir en una distribución de puntos con intensidades aleatorias de grises, que se crea antes del ensayo [32]. La ROI es la zona oscura que se observa en el centro de la probeta en la figura 2(b). Una cámara digital fija, colocada delante de la probeta, toma imágenes de la zona ROI a intervalos regulares durante el ensayo de carga. Para los experimentos 3PB se utilizó una cámara digital Grasshopper (Point Grey), con una resolución de 2448x2048 pixels, que tomaba dos imágenes por segundo. Las imágenes se procesaron una vez terminada la prueba de carga. Una retícula se súper-impuso a la zona ROI y las deformaciones se midieron en las intersecciones de la retícula. La zona alrededor de cada intersección, y que contiene un grupo de puntos o pixels, se denomina subgrupo, y cada subgrupo es único ya que consta de una distribución única de puntos grises. De esta manera, cada subgrupo se puede identificar y seguir durante el proceso de carga, y así se puede usar para comparar las imágenes deformadas con la imagen de referencia, o inicial [32, 35]. La figura 3 muestra un subgrupo deformado y otro no deformado, o de referencia, alrededor del punto P. Los desplazamientos se obtienen comparando la posición del subgrupo de pixels centrado alrededor del punto P(x<sub>0</sub>,y<sub>0</sub>) con la posición del subgrupo deformado P(x’<sub>0</sub>,y’<sub>0</sub>).



**Figura 3:** Cálculo de desplazamientos usando los subgrupos de referencia y deformado

La correlación entre los subgrupos de referencia y deformado se obtiene por métodos estadísticos. Los más comunes son el método CC (“cross-correlation”) y el SSD (“sum-squared difference”). Cada método consta de submétodos: el método original CC o SSD; el método normalizado, NCC o NSSD, y el método cero-normalizado, ZNCC o ZNSSD. El método ZNCC es el que se usó para los análisis, ya que es más eficiente computacionalmente que los otros métodos y es poco sensible a los cambios de intensidad de luz de las imágenes. El método ZNCC se define de la siguiente manera [35]:

$$C_{ZNCC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[ \frac{(f(x_i, y_j) - f_m)(g(x'_i, y'_j) - g_m)}{\Delta f \Delta g} \right] \tag{1}$$

Donde  $f(x_i, y_i)$  es la intensidad del pixel en las coordenadas  $(x_i, y_i)$ , del punto P de la figura 3, del subgrupo de referencia, y  $g(x'_i, y'_j)$  es la intensidad del pixel en las coordenadas  $(x'_i, y'_j)$ , del punto P', del subgrupo deformado. M es el número de pixels en el subgrupo. Además,

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j)] \tag{2}$$

$$g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [g(x'_i, y'_j)] \tag{3}$$

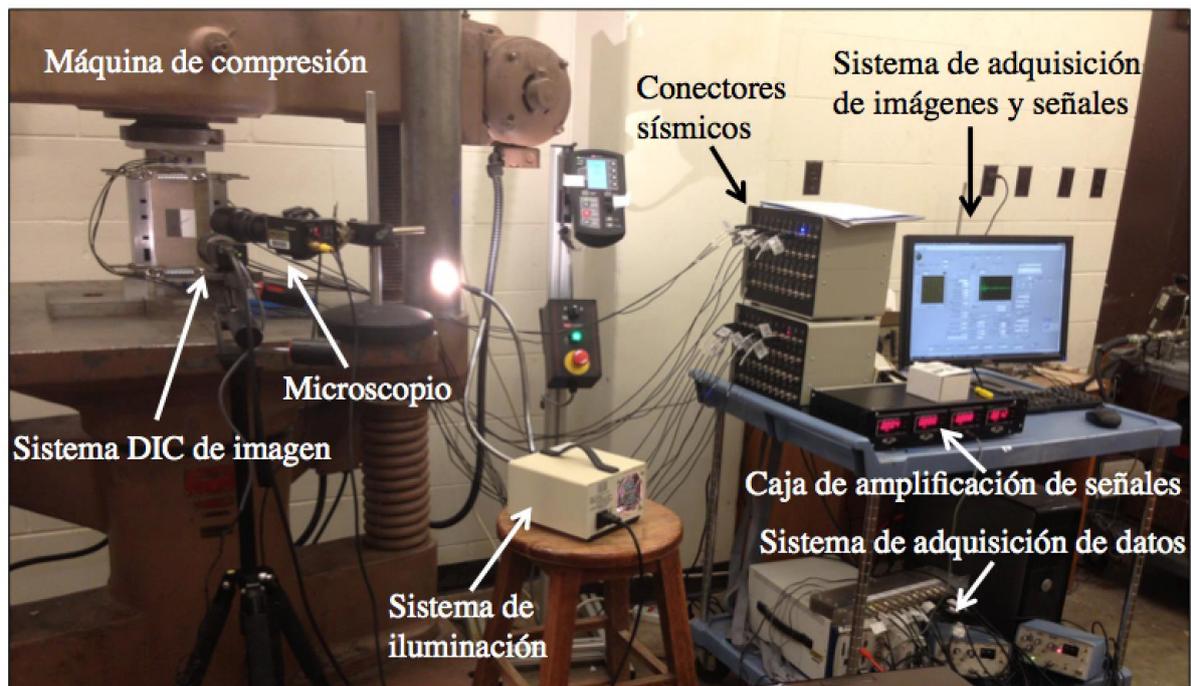
$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (f(x_i, y_j) - f_m)^2} \quad (4)$$

$$\Delta g = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M (g(x'_i, y'_j) - g_m)^2} \quad (5)$$

El coeficiente  $C_{ZNCC}$  varía entre 0 y 1. Un valor de cero representa correlación nula, mientras que el valor de 1 se obtiene cuando la correlación es perfecta. Ésta ocurre cuando no existen diferencias en la intensidad de los pixels entre los dos subgrupos. El valor máximo del coeficiente de correlación  $C_{ZNCC}$  indica la posición deformada del subgrupo de referencia, y por tanto el desplazamiento del punto P se halla por la diferencia de posiciones entre el subgrupo deformado y el de referencia. Este proceso se repite a lo largo de la cuadrícula, punto por punto, hasta que se obtiene el campo de desplazamientos completo dentro del área ROI [35].

A pesar de su simplicidad, el método DIC en dos dimensiones, tiene una serie de desventajas: (1) sólo se miden las deformaciones planas en la superficie de la probeta; (2) los desplazamientos dependen de la calidad de las imágenes; (3) el error en las deformaciones puede ser alto, ya que éstas se obtienen derivando, numéricamente, los desplazamientos, un proceso que puede amplificar los errores obtenidos en los desplazamientos. En general, el uso de DIC en dos dimensiones no se recomienda cuando las deformaciones son menores que unas 100 micras [35].

El método geofísico consiste en enviar pulsos de onda P, o de compresión, o S, de cortante, a través de la probeta. Este método ha sido útil para observar los cambios de las propiedades ingenieriles de fracturas, como su rigidez a carga normal y a cortante [36]. Éste es no sólo un método no destructivo para la observación del interior de la roca, sino que además proporciona información de manera continuada. Dado que las fracturas actúan como un filtro de la frecuencia de las ondas y atenúan las frecuencias altas, se espera que el daño que se produzca en el interior de las probetas se traduzca en cambios de la transmisión de la onda que atraviesa la zona dañada. En la investigación realizada, las ondas sísmicas se crearon con transductores ultrasónicos colocados a ambos lados de la probeta. Uno de ellos genera las ondas y el otro las recibe. El transductor que genera la onda, lo hace convirtiendo una señal eléctrica en una señal mecánica, mientras que el que la recibe, hace lo contrario: convierte la señal mecánica en eléctrica. La figura 2(a) muestra la alineación de los transductores. Los transductores usados para los ensayos eran de banda ancha, con una frecuencia central de 1 MHz, fabricados por la compañía Panametrics, modelo V103RM para las ondas P y V153M para las ondas S. Los pulsos eléctricos para producir las ondas se crearon con un generador Olympus Panametrics modelo 5077PR, usando un pulso eléctrico de 100V a una frecuencia de 5 kHz. En los experimentos, los transductores se sujetaron a las caras laterales de la probeta con epoxi. Un sistema de adquisición de datos rápido de National Instruments se utilizó para leer la carga y desplazamiento de la probeta, así como las ondas completas de los transductores. La figura 4 muestra el sistema de carga, de medida y de adquisición de datos utilizado en los ensayos.

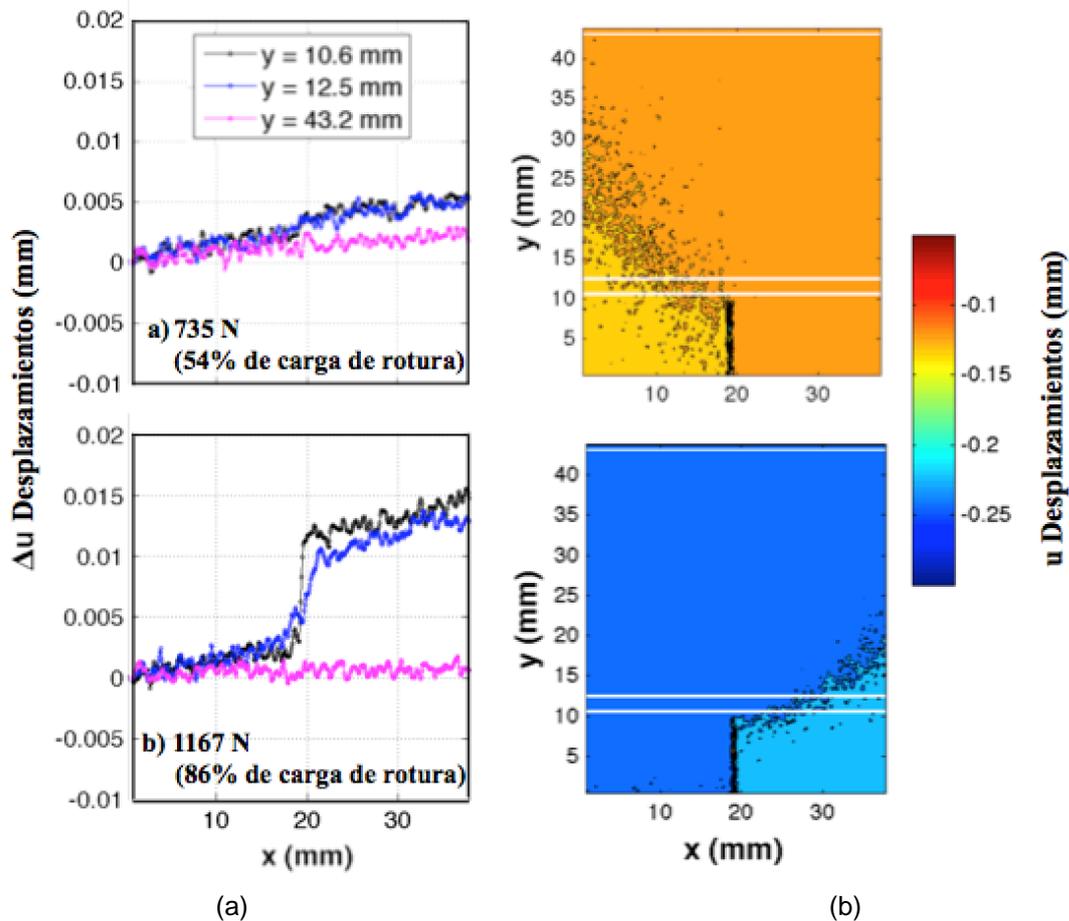


**Figura 4:** Sistema de carga, de medida y de adquisición de datos utilizado en los ensayos

### 3. RESULTADOS DE LOS EXPERIMENTOS DE LABORATORIO

Durante los ensayos, se registraron las siguientes medidas: carga aplicada y desplazamientos impuestos; fotografías digitales de la cara de la probeta; y ondas transmitidas a través de la probeta. Como ya se ha comentado en la sección anterior, la carga aplicada fue monótonica, a una velocidad de 0,03 mm/minuto, y se midió con la célula de carga de la máquina Instron. Los desplazamientos verticales se obtuvieron con el LVDT de la máquina.

Se realizaron dos ensayos idénticos, uno con transductores de onda P y el otro de onda S. La carga de rotura de las dos probetas fue alrededor de 1250 N. La figura 5 muestra los desplazamientos horizontales obtenidos, así como su interpretación, de uno de los ensayos. En la figura 5(b) se enseñan los contornos de los desplazamientos en dos momentos del ensayo. El primero, al 54% de la carga de rotura y el segundo al 86%. Como puede verse, los desplazamientos horizontales aumentan con la carga, como era de esperar. La figura 5(a) muestra los desplazamientos horizontales a lo largo de tres líneas horizontales: una a 10,6 mm de la base de la probeta, que coincide aproximadamente con el extremo de la muesca; la segunda, a 12,5 mm, un poco alejada del extremo para poder observar la propagación de la fractura; y la tercera, a 43,2 mm, muy alejada de la muesca para observar el comportamiento de la roca intacta. A una carga de 735 N (54% de la carga de rotura), los desplazamientos son uniformes, con una tendencia a aumentar ligeramente de izquierda a derecha de la probeta, posiblemente debido a asentamientos iniciales. Lo que es más interesante es lo que se observa a la carga de 1167 N (86% de la carga de rotura). Los desplazamientos lejos de la muesca siguen siendo uniformes, mientras que los de cerca presentan un escalón justo encima de la muesca. Este escalón corresponde a una discontinuidad en el campo de deformaciones y por tanto indica la presencia de una zona de daño originada en el extremo de la muesca y que en ese instante alcanza el punto de coordenada vertical  $y = 12,5$  mm. Como la iniciación de una fractura en modo de carga I es un proceso inestable, es decir una vez que la fractura se inicia, ésta se propaga hasta la falla sin necesidad de aumentar la carga aplicada, esta observación del daño a cargas menores que la de la falla (1250 N) puede tomarse como un precursor a la rotura.



**Figura 5:** Desplazamientos horizontales en ensayos 3PB obtenidos con DIC, al 54% y al 86% de la carga de rotura

La figura 6 muestra las ondas transmitidas recibidas en el transductor receptor durante los ensayos. La figura 6(a) contiene las ondas S y la figura 6(b), las ondas P. Los resultados muestran claramente un incremento del tiempo de llegada de las ondas y cambios de amplitud a medida que la carga aumenta. Estas observaciones se muestran más claramente en la figura 7, en la que la figura 7(a) contiene el tiempo de llegada y la carga, normalizado con respecto al tiempo de llegada de las ondas antes de comenzar el ensayo, y en la figura 7(b), la amplitud de las ondas transmitidas, normalizada con respecto a la amplitud de las ondas antes de aplicar la carga. Como puede verse, ambos parámetros aumentan monótonicamente con la carga. No se observan cambios apreciables en el tiempo de llegada en el momento de aparición del daño, marcado en la figura con una línea vertical discontinua. Sí se observan, en cambio, a partir de la rotura, con un aumento apreciable del tiempo de llegada. Esto se debe a la presencia de la fractura que impide el paso de las ondas. La amplitud de las ondas sufre un cambio importante en el momento en el que se produce el daño, tal como se detecta con el DIC.

La amplitud de las ondas transmitidas aumenta con la carga hasta 1000 N en la probeta en la que se usaron transductores S, y hasta 1100 N en la probeta con transductores P, en cuyo instante alcanzan su máximo y luego decrecen hasta la falla. Este máximo se corresponde con el momento en el que el daño se observa con el método DIC. En otras palabras, tanto el método DIC como el método geofísico de transmisión de ondas producen observaciones comparables y ambos son capaces de detectar el daño en la roca a cargas menores que la de rotura, es decir a alrededor del 80% de la carga de falla, y por tanto pueden tomarse como indicadores de falla inminente o como precursores de falla. De todas maneras, la distinción más importante entre los dos métodos es que el DIC requiere observación directa de la superficie de la roca donde se produce el daño, mientras que el método geofísico no requiere este acceso directo, y por tanto se puede considerar como una técnica con gran potencial para auscultar el interior de la roca.

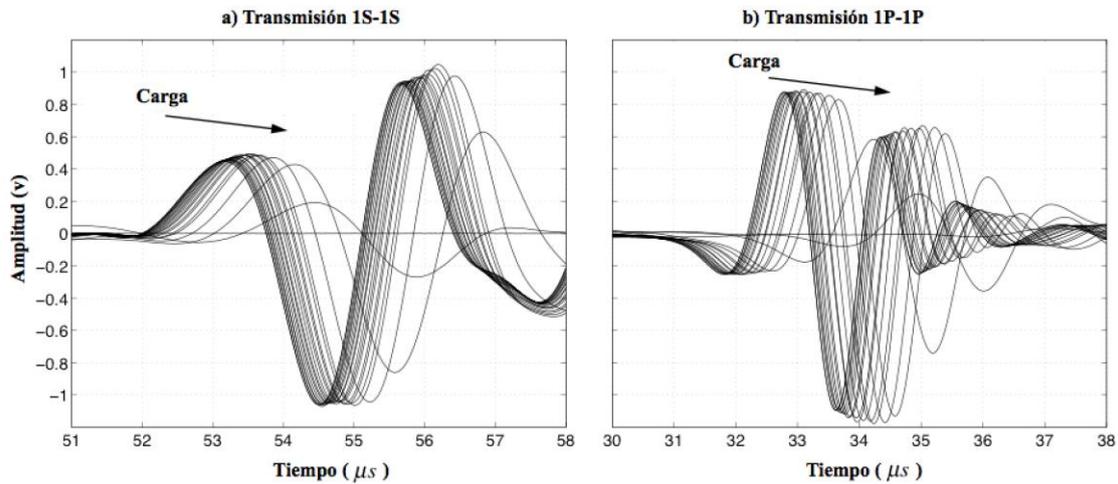


Figura 6: Recepción de ondas transmitidas durante los ensayos. (a) ondas S; y (b) ondas P.

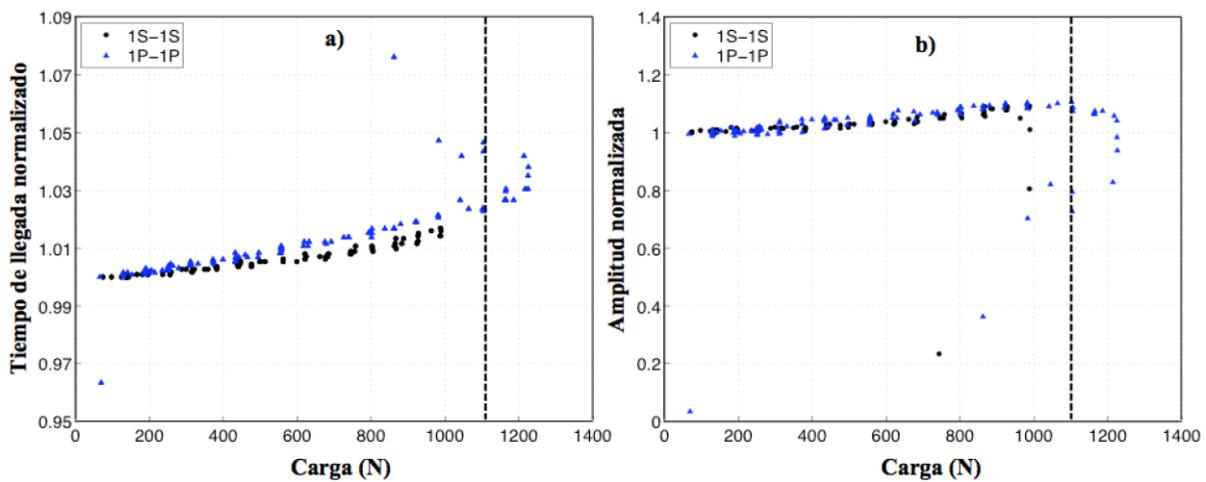


Figura 7: Ondas transmitidas durante los ensayos. (a) tiempo de llegada normalizado; (b) amplitud normalizada.

#### 4. CONCLUSIONES

Hasta el momento, la mejor manera de investigar la propagación de fracturas en roca es a través de su observación directa. Para eso se necesita que el daño alcance la superficie de la roca, en el campo, o de la probeta en el laboratorio. Existen métodos no destructivos que se utilizan a tal efecto, como el de la emisión acústica, o AE, por sus siglas en inglés. Por ejemplo, la industria petrolera usa AE de forma rutinaria para determinar la eficacia de la fracturación hidráulica de los yacimientos. Un método alternativo, o complementario al de AE, es el de la observación de la amplitud de las ondas sísmica transmitidas a través del macizo rocoso. Los ensayos de laboratorio de 3PB en arenisca de Berea llevados a cabo muestran que este método consigue detectar el daño al menos con la misma precisión que con el de observación directa, para el que se ha utilizado el método DIC (“Digital Image Correlation”). Lo que hace muy atractivo al nuevo método es que se puede utilizar para detectar el daño dentro de la roca, sin necesidad de tener que observarlo directamente. Claro está, el número de ensayos realizado hasta ahora es limitado y más investigación va a ser necesaria, incluyendo trabajo de campo, hasta que el método pueda ser utilizado con seguridad en la práctica.

#### REFERENCIAS

- [1]. J. Jaeger, N.G. Cook and R. Zimmerman, *Fundamentals of Rock Mechanics*, Blackwell Publishing, Malden MA, USA, 2007.
- [2]. E. Hoek. *Practical Rock Engineering*. <https://www.rocscience.com/documents/hoek/corner/Practical-Rock-Engineering-Full-Text.pdf>, 2007.
- [3]. J.F.W. Gale, S.E. Laubach, J.E. Olson, P. Eichhubl and A. Fall. “Natural fractures in shale: A review

- and new observations". *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 2014, vol 98, núm. 11, pp. 2165-2216.
- [4]. W. Dershowitz. "Rock Joint Systems". Tesis de doctorado, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, 1984. Available from: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/27939>.
- [5]. V. Ivanova. "Geologic and Stochastic Modeling of Fracture Systems in Rock". Tesis de doctorado, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, 1998. Available from: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/10025>.
- [6]. W. Brace and J. Byerlee. "Recent Experimental Studies of Brittle Fracture of Rocks". *Failure and Breakage of Rock, AIME*, pp. 57-81, 1967.
- [7]. E. Hoek and Z.T. Bieniawski. "Brittle Fracture Propagation in Rock under Compression". *International Journal of Fracture*, vol 26, pp. 276-294, 1984.
- [8]. S. Peng and A.M. Johnson. "Crack Growth and Faulting in Cylindrical Specimens of Chelmsford Granite". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol 9, pp. 37-86, 1972.
- [9]. E.Z. Lajtai. "A Theoretical and Experimental Evaluation of the Griffith Theory of Brittle Fracture". *Tectonophysics*, vol 11, pp. 129-156, 1971.
- [10]. E.Z. Lajtai. "Brittle Fracture in Compression". *International Journal of Fracture*, 1974, vol 10, núm. 4, pp. 525-536, 1974.
- [11]. A.R. Ingraffea and F.E. Heuze. "Finite Element Models for Rock Fracture Mechanics". *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol 4, pp. 25-43, 1980
- [12]. S. Horii and S. Nemat-Nasser. "Brittle Failure in Compression: Splitting, Faulting and Brittle-Ductile Transition". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol 319, núm. 1549, pp. 337-374, 1986.
- [13]. J. Petit and M. Barquins. "Can Natural Faults Propagate under Mode II Conditions?". *Tectonics*, vol 7, núm. 6, pp. 1243-1256, 1988.
- [14]. H. Jiefan, C. Ganglin, Z. Yonghong and W. Ren. "An experimental study of the strain field development prior to failure of a marble plate under compression". *Tectonophysics*, vol 175, pp. 269-284, 1990.
- [15]. G. Chen, J. Kemeny and S. Harpalani. "Fracture Propagation and Coalescence in Marble Plates with Pre-cut Notches under Compression". En Symposium on Fractured and Jointed Rock Mass, Lake Tahoe, Ca., pp. 443-448, 1992.
- [16]. L. Wong and H.H. Einstein. "Fracturing Behavior of Prismatic Specimens Containing Single Flaws". En Proceedings of the 41st U.S. Symposium on Rock Mechanics, Golden, Colorado. Artículo 06-899, 2006.
- [17]. B. Shen, O. Stephansson, H.H. Einstein and B. Ghahreman. "Coalescence of Fractures under Shear Stress Experiments". *Journal of Geophysical Research*, vol 100, pp. 5975-5990, 1995.
- [18]. M. Sagong and A. Bobet. "Coalescence of Multiple Flaws in a Rock-model Material in Uniaxial Compression". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol 39, núm. 2, pp. 229-241, 2002.
- [19]. C.H. Park and A. Bobet.. "Crack coalescence in specimens with open and closed flaws: a comparison". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 46, pp. 819-829, 2009.
- [20]. A. Modiriasari, A. Bobet and L.J. Pyrak-Nolte. "Active Seismic Monitoring of Crack Initiation, Propagation, and Coalescence in Rock". *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol 50, núm. 9, pp. 2311-2325, 2017. <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1235-x>.
- [21]. L.N. Germanovich, B.J. Carter, A.R. Ingraffea, A.V. Dyskin and K.K. Lee.. "Mechanics of 3-D crack growth under compressive loads". En Proceedings of the 2nd North American Rock Mechanics Symposium: NARMS '96, Montreal, pp. 1151-1160, 1996.
- [22]. A. Bobet and H.H. Einstein. "Fracture Coalescence In Rock-Type Materials Under Uniaxial And Biaxial Compression". *International Journal of Rock Mechanics, Mining Sciences and Geomechanics Abstract*, vol 35, núm. 7, pp. 863-889, 1998.
- [23]. A. Bobet. "The Initiation of Secondary Cracks in Compression". *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 66, núm. 2, pp. 187-219, 2000.

- [24]. L.N. Germanovich and A.V. Dyskin. "Fracture mechanisms and instability of openings in compression". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol 37 pp. 263-284, 2000.
- [25]. K.T. Chau, R.H.C. Wong, Y.L. Wong, K.W. Lai, L.X. Wang, Y.W. Chan, W.T. Wong, Y.S.H. Guo, W. Zhu and S.H. Zheng. "Three-dimensional Surface Cracking and Faulting in Dangan Islands Area, South of Hong Kong". En 3<sup>rd</sup> International Conference on Continental Earthquakes, Beijing, China, 12-14 July. Reprint 640, 14 pp., 2004.
- [26]. F. Carvalho and J.F. Labuz. "Moment tensors of acoustic emission in shear faulting under plane-strain compression". *Tectonophysics*, vol 356, pp. 199-211, 2002.
- [27]. A. Fakhimi, F. Carvalho, T. Ishida and J.F. Labuz. "Simulation of failure around a circular opening in rock". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol 39, pp. 507-515, 2002.
- [28]. R.P. Young and B.D. Thompson. "Imaging dynamic rock fracture with acoustic emission and x-ray tomography". En *Proceedings of 11th Congress of International Society for Rock Mechanics*, Lisbon, July 9-13. Specialty Session, 2007.
- [29]. A. Hedayat, L.J. Pyrak-Nolte and A. Bobet. "Multi-modal monitoring of slip along frictional discontinuities". *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol 47, núm. 5, pp. 1575-1587, 2014.
- [30]. M.-K. Choi, L.J. Pyrak-Nolte and A. Bobet. "The Effect of Surface Roughness and Mixed-mode Loading on the Stiffness Ratio  $k_x/k_y$  for Fractures". *Geophysics*, vol. 79, núm. 5, pp. D319-D331, doi: 10.1190/GEO2013-0438.1, 2014.
- [31]. A. Hedayat, L.J. Pyrak-Nolte and A. Bobet. "Seismic Precursors to the Shear Failure of Rock Discontinuities". *Geophysical Research Letters*, vol 41, pp. 5467-5475, 2014.
- [32]. M.A. Sutton, J.J. Orteu and H. Schreier. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications*. Springer Science and Business Media, 2009.
- [33]. J.J. Orteu. "3-D computer vision in experimental mechanics". *Optics and Lasers in Engineering*, vol 47, pp. 282-291, 2009. doi: 10.1016/j.optlaseng.2007.11.009.
- [34]. A. Hedayat, L.J. Pyrak-Nolte and A. Bobet. "Detection and Quantification of Slip Along Non-Uniform Frictional Discontinuities Using Digital Image Correlation". *Geotechnical Testing Journal*, vol 35, núm. 5, 2014. doi: 10.1520/GTJ20130141.
- [35]. B. Pan, K. Qian, H. Xie and A. Asundi. "Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review". *Measurement Science and Technology*, 2009, doi: 10.1088/0957-0233/20/6/062001.
- [36]. K. Nagata, M. Nakatani and S. Yoshida. "Monitoring frictional strength with acoustic wave transmission". *Geophysical Research Letters*, vol 35, pp. L06310, 2008.