

Diseño De Elementos De Hormigón Armado Con Barras De PRF Para Secciones Hiporreforzadas

Design Methodology Of FRP – Reinforced Concrete Sections For Reinforcement Lower Than The Balanced Ratio.

Autores:

Gabriel Martínez Licea¹, Isel del Carmen Díaz Pérez², Hugo Rafael Wainshtok Rivas³

¹ Estudiante de ingeniería civil 5to año, Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría” (CUJAE), Calle 114 % Ciclovía y Rotonda, Marianao, La Habana, email: gamarlic2709@gmail.com

² Ingeniera Civil, Máster en Ciencias Técnicas, Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría” (CUJAE), Calle 114 % Ciclovía y Rotonda, Marianao, La Habana, email: iseldiaz77@gmail.com

³ Ingeniero Civil, Doctor en Ciencias Técnicas, Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría” (CUJAE), Calle 114 % Ciclovía y Rotonda, Marianao, La Habana, email: hugow@tesla.cujae.edu.cu

RESUMEN

El diseño estructural de elementos de hormigón armado con barras de polímero reforzados con fibras (PRF), por estado límite último a flexión, se realiza aplicando las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones y de equilibrio de momentos y fuerzas de la sección. La base del procedimiento es similar a su homólogo con barras de acero. Para secciones con cuantías de refuerzo de PRF inferiores a la balanceada, la deformación del hormigón es variable y su contribución a compresión no debe ser analizada mediante un bloque rectangular equivalente constante, lo cual complejiza el análisis de este tipo de sección. En este trabajo se desarrolla una metodología de diseño para secciones hiporreforzadas, nombrada por los autores como método gráfico, cuya ventaja principal radica en la posibilidad de obtener las variables que describen el comportamiento de la sección, a través de un procedimiento no iterativo. Comparaciones con los resultados experimentales demuestran que la metodología de diseño propuesta es válida.

Palabras claves: diseño, polímero reforzado con fibras (PRF), sección hiporreforzada.

ABSTRACT

The design of fiber – reinforced polymer (FRP) – reinforcement concrete members for flexure is carried out applying the force equilibrium and strain compatibility equations. The base of the procedure is analogous to the design of steel – reinforced concrete members. However, the equivalent rectangular stress block parameters are not applicable for FRP – Reinforced concrete sections with reinforcement lower than the balanced ratio because the concrete strain is variable. In consequence, the analysis of this section become complex. In this work is developed a design methodology, named by the authors as graphic method, whose advantage is the possibility to obtain the variables that describe the section behavior, applying a non-iterative method. Comparisons with experimental results demonstrated that the proposed methodology is valid.

Keywords: design, fiber – reinforced polymer (FRP), underreinforcement section.

Nota editorial: Recibido noviembre 2021; Aceptado diciembre 2021

1. INTRODUCCIÓN

Los polímeros reforzados con fibras (PRF) son materiales compuestos por fibras embebidas en una matriz de resina que puede ser epóxica, de poliéster o de vinyl. Las propiedades mecánicas de este material dependen principalmente del tipo de fibra, las más utilizadas son: vidrio, aramida, carbón y basalto [1]. El uso de barras de PRF como refuerzo de elementos de hormigón ha sido ampliamente estudiado [2-8]. Entre sus principales ventajas al compararse con el acero se mencionan: su alta resistencia mecánica a tracción, el no ser un material corrosivo, su absoluta transparencia electromagnética y su bajo peso [1]. Su ventaja principal es la durabilidad [9-11]. A su vez, las barras de PRF tienen características que limitan su uso en lugar de las barras de acero, tales como: el ser un material frágil con menor módulo de elasticidad, su menor resistencia ante los efectos de las altas temperaturas y su menor resistencia mecánica ante sollicitaciones a cortante y a compresión debido a su anisotropía [1].

El diseño estructural de elementos de hormigón armado con barras de polímero reforzados con fibras (PRF), por estado límite último a flexión, se realiza aplicando las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones y de equilibrio de momentos y fuerzas de la sección. La base del procedimiento es similar a su homólogo con barras de acero. La frontera balanceada o fallo simultáneo en los elementos de hormigón armado con PRF ocurre cuando el hormigón alcanza su deformación última a compresión y el refuerzo alcanza su deformación

última a tracción. Debido a la ausencia de ductilidad en comparación con el acero, se sugiere el diseño de secciones hiperreforzadas [12], ya que la deformación del elemento unida al agrietamiento progresivo del hormigón indica el inminente fallo, en lugar del fallo brusco del refuerzo de PRF en secciones hiporreforzadas. No obstante, el diseño de elementos con cuantías inferiores a la balanceada es también aceptado, siempre y cuando se cumplan los chequeos del estado límite último y de servicio [12].

En el análisis de la sección hiporreforzada debe aceptarse que la deformación del hormigón a compresión (ϵ_c') es variable, en dependencia de la carga actuante [12]. Esto implica que varíe el valor de la profundidad de la línea neutra c y los coeficientes de transformación de la distribución de esfuerzos del hormigón a un diagrama rectangular equivalente (α y β), por lo cual se incrementa la dificultad en el análisis [1, 13].

En las guías de diseño consultadas [14-16] no se menciona un procedimiento explícito para el diseño hiporreforzado. En la norma del ACI (American Concrete Institute) [12] se propone un método que se basa en suponer un diagrama rectangular equivalente de altura $c\beta_1$ y tensión uniforme igual a $0.85f_c'$ para cuantificar el aporte del hormigón, lo cual constituye una simplificación que permite resolver el problema matemático planteado anteriormente. El área de refuerzo se obtiene a partir del reacomodo de la ecuación (1) que resulta al aplicar el equilibrio de momentos en la sección.

$$M_r = \phi A_f f_{fu} \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right) \quad (1)$$

Siendo

- ϕ → Factor de seguridad para cuantías menores o iguales que la balanceada $\phi = 0.55$ [12].
- A_f → Área de refuerzo de PRF.
- f_{fu} → Resistencia de diseño a tracción del refuerzo PRF, considerando la reducción por condiciones ambientales.
- d → Peralto efectivo de la sección transversal.
- β_1 → Coeficiente que tiene en cuenta la posición de la línea neutra en la sección fisurada según el método de la norma del ACI [12]. Se obtiene a partir de la ecuación (2).

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85, & \text{Si } f_c' \leq 28 \text{ MPa} \\ 1.05 - \frac{f_c'}{140} \geq 0.65, & \text{si } f_c' > 28 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2)$$

- c_b → Profundidad de la línea neutra en el fallo balanceado. Se obtiene al aplicar la compatibilidad de deformaciones en la frontera balanceada según la ecuación (3).

$$c_b = \frac{0.003 d}{\epsilon_{fu} + 0.003} \quad (3)$$

Sin embargo, el método de la norma del ACI [12] no brinda la posibilidad de calcular las variables que describen el comportamiento de la sección: la deformación del hormigón a compresión, los coeficientes de transformación a diagrama rectangular equivalente, la profundidad de la línea neutra, la profundidad del bloque de compresiones (a) y la curvatura (φ) de la sección. El conocimiento de estas variables resulta de vital importancia en el estudio del comportamiento del elemento y su ductilidad, así como para identificar la forma de trabajo de la sección en el caso de aquellas de geometrías no rectangulares

Por otro lado, en el Manual de Diseño preparado por ISIS (Intelligent Sensing for Innovative Structures) Canadá [13] y en la investigación realizada por Wainshtok, Caneiro y Díaz [1], la dificultad en el análisis se resuelve aplicando un procedimiento mediante el cual se establecen las relaciones entre las incógnitas que aparecen al aceptar la deformación variable del hormigón a compresión. Esto posibilita la obtención de las variables que describen el comportamiento de la sección, pero solo a través de un procedimiento iterativo que resulta complicado sin la utilización de herramientas informáticas debido al extenso desarrollo matemático que se debe realizar.

El objetivo de este trabajo es proponer y validar una metodología de diseño de elementos de hormigón armado con barras de Polímero Reforzado con Fibras (PRF) para secciones hiporreforzadas, que posibilite la obtención de las variables que describen el comportamiento de la sección aplicando un método no iterativo.



2. DESARROLLO

La base del desarrollo de la metodología de diseño propuesta en este trabajo es el establecimiento de las relaciones entre las variables incógnitas, a partir de la investigación de Wainshtok, Caneiro y Díaz [1], proceso que se fundamenta en iteraciones sucesivas sobre la ecuación de equilibrio de fuerzas, hasta llegar a determinar la posición de la línea neutra que garantice su cumplimiento. La vía que se propone es la representación gráfica y de funciones para conformar un ábaco de diseño. A continuación se realiza el desarrollo de este método, nombrado por los autores como el método gráfico para el diseño de secciones hiporreforzadas.

Las principales hipótesis para el diseño por estado límite de resistencia a flexión, según la norma del ACI [12] y que se aceptan en el siguiente trabajo son:

1. Se acepta la perfecta adherencia entre la barra de refuerzo de PRF y el hormigón, por lo cual es posible aplicar las relaciones de compatibilidad entre deformaciones.
2. Las secciones que eran planas antes de deformarse continúan siéndolo hasta el agotamiento, lo que permite establecer proporciones entre las deformaciones y la profundidad de la línea neutra de la sección.
3. Se desprecia el aporte del hormigón a tracción.
4. La ecuación constitutiva de la barra de refuerzo de PRF se corresponde con la Ley de Hooke.
5. La deformación unitaria última del hormigón a compresión es $\epsilon'_{cu} = 0.003$.
6. La relación entre la distribución de los esfuerzos de compresión en el hormigón, y la deformación que experimenta este material, puede considerarse parabólica, proponiéndose utilizar la ley esfuerzo – deformación sugerida por Todeschini, Bianchini y Kesler [18] representada en la figura 1. Su ley constitutiva se presenta en la ecuación (4).

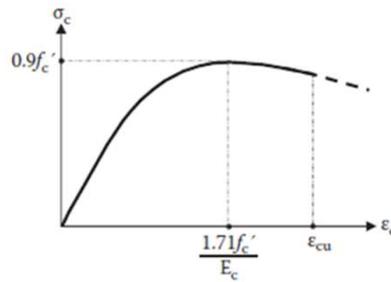


Figura 1. Ley esfuerzo – deformación sugerida por Todeschini. Fuente: Nanni, Luca y Zadeh [17]

$$\sigma'_c = f'_c \left[\frac{2\Omega}{1+\Omega^2} \right] \quad (4)$$

Siendo:

- σ'_c → Esfuerzo a compresión del hormigón en función de su deformación unitaria (ϵ'_c).
- f'_c → Esfuerzo máximo a compresión que alcanza el hormigón. Se calcula a partir de la ecuación (5).

$$f'_c = 0.9f'_c \quad (5)$$

- Ω → Relación entre la deformación unitaria a compresión del hormigón (ϵ'_c) y la deformación unitaria en que el hormigón alcanza su máximo valor de esfuerzo a compresión (ϵ_o), ecuación (6).

$$\Omega = \frac{\epsilon'_c}{\epsilon_o} \quad (6)$$

El valor de ϵ_o se obtiene a partir de la ecuación (7):

$$\epsilon_o = 1.71 \frac{f'_c}{E_c} \quad (7)$$

- E_c → Módulo de deformación longitudinal secante del hormigón, estimado según la ecuación (8).

$$E_c = \begin{cases} 4700 \sqrt{f'_c}; & \text{Para hormigón de peso normal } w_c > 23 \text{ kN/m}^3 \\ 43w_c^{1.5} \sqrt{f'_c}; & \text{Para hormigón liviano } 15 \text{ kN/m}^3 \leq w_c \leq 23 \text{ kN/m}^3 \end{cases} \quad (8)$$

2.1 Momento resistente y área de refuerzo para secciones hiporreforzadas

Para la construcción del modelo que se propone, se acepta una distribución que depende de la deformación máxima que alcance el hormigón a compresión, y se transforma a un diagrama de tensiones rectangular equivalente de altura $\beta\epsilon'_c$ y tensión uniforme en dicha altura igual a $\alpha f'_c$. Los coeficientes α y β se obtienen a partir del cumplimiento de la igualdad de la posición y el valor de la fuerza en compresión del hormigón. El resultado del desarrollo matemático realizado por Wainshtok, Caneiro y Díaz [1] es el presentado en las ecuaciones (9) y (10):

$$\beta = \frac{2\Omega \ln(1+\Omega^2) + 4 \arctan(\Omega) - 4\Omega}{\Omega \ln(1+\Omega^2)} \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{1}{\beta} * \frac{\ln(1+\Omega^2)}{\Omega} \quad (10)$$

La profundidad de la línea neutra (c), se obtiene al aplicar la compatibilidad entre deformaciones, según la ecuación (11):

$$c = \frac{\varepsilon'_c d}{\varepsilon'_c + \varepsilon_{fu}} \quad (11)$$

Siendo:

- ε_{fu} → Deformación unitaria última a tracción del refuerzo.

Sustituyendo la expresión (6) despejada $\varepsilon'_c = \varepsilon_o \Omega$ en la ecuación (11), se obtiene una función del tipo $c = f\left(\Omega; \frac{\varepsilon_{fu}}{\varepsilon_o}\right) * d$, como se muestra en la ecuación (12):

$$c = \frac{\varepsilon_o \Omega d}{\varepsilon_o \Omega + \varepsilon_{fu}} = \frac{\Omega d}{\Omega + \frac{\varepsilon_{fu}}{\varepsilon_o}} \quad (12)$$

La ecuación (13) para determinar el momento resistente de una sección rectangular con refuerzo simple se obtiene a partir del equilibrio de momentos de la sección.

$$M_r = \phi \alpha f'_c \beta c b \left(d - \frac{\beta c}{2}\right) \quad (13)$$

Siendo:

- b → Ancho de la sección transversal.

Con el objetivo de llegar a una función de momento resistente del tipo $M_r = \phi f'_c b d^2 f\left(\Omega; \frac{\varepsilon_{fu}}{\varepsilon_o}\right)$ se sustituyen las expresiones (9), (10) y (12) en (13) y reorganizando los términos se obtiene la ecuación (14):

$$M_r = \phi f'_c b d^2 \left\{ \frac{\ln(1+\Omega^2)}{k_1+\Omega} - \frac{\Omega \ln(1+\Omega^2) + 2 \arctan(\Omega) - 2\Omega}{(k_1+\Omega)^2} \right\} \quad (14)$$

Siendo:

- k_1 → Relación entre la deformación unitaria última a tracción del refuerzo (ε_{fu}) y la deformación unitaria en que el hormigón alcanza su máximo valor de esfuerzo a compresión (ε_o), ecuación (15).

$$k_1 = \frac{\varepsilon_{fu}}{\varepsilon_o} \quad (15)$$

Los coeficientes Ω y k_1 pueden ser acotados en un rango físico lógico: $k_{1\text{mín}} < k_1 < k_{1\text{máx}}$ y $0 < \Omega \leq \Omega_{\text{máx}}$, ya que dependen de la calidad del hormigón y k_1 depende a su vez de la deformación unitaria última de la fibra empleada en la barra de PRF. La máxima deformación unitaria última a tracción, entre las barras de polímeros más utilizadas, es $\varepsilon_{fu\text{máx}} = 0.0440$ correspondiente a las barras con fibra de aramida, y el mínimo valor es $\varepsilon_{fu\text{mín}} = 0.0050$, correspondiente a las barras con fibra de carbono [18]. Para la calidad del hormigón se establece un mínimo normado $f'_c = 20\text{MPa}$ para elementos reforzados con barras [19]. Teniendo en cuenta los límites establecidos para las propiedades anteriores, se obtiene: $k_{1\text{mín}} = 1.670$, $k_{1\text{máx}} = 27.50$ y $\Omega_{\text{máx}} = 1.875$.

Al modificar la ecuación (14) a partir del cambio del momento flector por el momento unitario (μ_o), se obtiene una función del tipo $\mu_o = f(\Omega; k_1)$ como se muestra en la ecuación (16):

$$\mu_o = \frac{\ln(1+\Omega^2)}{k_1+\Omega} - \frac{\Omega \ln(1+\Omega^2) + 2 \arctan(\Omega) - 2\Omega}{(k_1+\Omega)^2} \quad (16)$$

Restringida en el rango: $1.670 \leq k_1 \leq 27.50$ y $0 < \Omega \leq 1.875$.

El momento unitario se calcula a partir de la ecuación (17):

$$\mu_o = \frac{M_r}{\phi f_c' b d^2} \quad (17)$$

La expresión para determinar el área de refuerzo necesaria se obtiene a partir del equilibrio de fuerzas de la sección. Para una sección rectangular, se calcula según la ecuación (18):

$$A_f = \frac{\alpha f_c' \beta c b}{f_{fu}} \quad (18)$$

Sustituyendo las ecuaciones (9), (10), (12) y (15) en (18) se obtiene la ecuación (19) del tipo $A_f = bd \frac{f_c'}{f_{fu}} f(\Omega; k_1)$.

$$A_f = bd \frac{f_c'}{f_{fu}} * \frac{\ln(1+\Omega^2)}{\Omega+k_1} \quad (19)$$

Al modificar la expresión (19) a partir del cambio del área de refuerzo por el coeficiente adimensional ρ_o , se obtiene una función del tipo $\rho_o = f(\Omega; k_1)$ como se muestra en la ecuación (20):

$$\rho_o = \frac{\ln(1+\Omega^2)}{\Omega+k_1} \quad (20)$$

Restringida en el rango: $1.670 \leq k_1 \leq 27.50$ y $0 < \Omega \leq 1.875$.

El coeficiente adimensional ρ_o se calcula a partir de la ecuación (21):

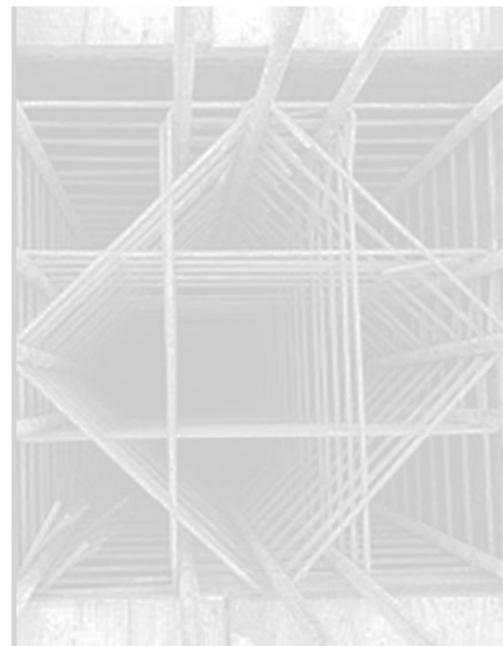
$$\rho_o = \frac{A_f}{bd} * \frac{f_{fu}}{f_c'} = \rho_f \frac{f_{fu}}{f_c'} \quad (21)$$

Siendo:

- $\rho_f \rightarrow$ Cuantía de refuerzo.
- $f_{fu} \rightarrow$ Resistencia de diseño a tracción del refuerzo PRF reducida por condiciones ambientales.

2.2 Ábacos para el análisis de secciones hiporreforzadas

Sean μ_o y ρ_o funciones dependientes de los coeficientes Ω y k_1 , entonces es posible crear curvas que vinculen ambos parámetros. Cada curva representada es el resultado de graficar las funciones $\mu_o = f(\Omega)$ y $\rho_o = f(\Omega)$ para los valores de k_1 en el rango restringido: $1.670 \leq k_1 \leq 27.50$. Los ábacos para el análisis estructural de secciones de hormigón armado con barras de PRF, en cuantías de refuerzo inferiores a la balanceada, se muestran en la figura 2.



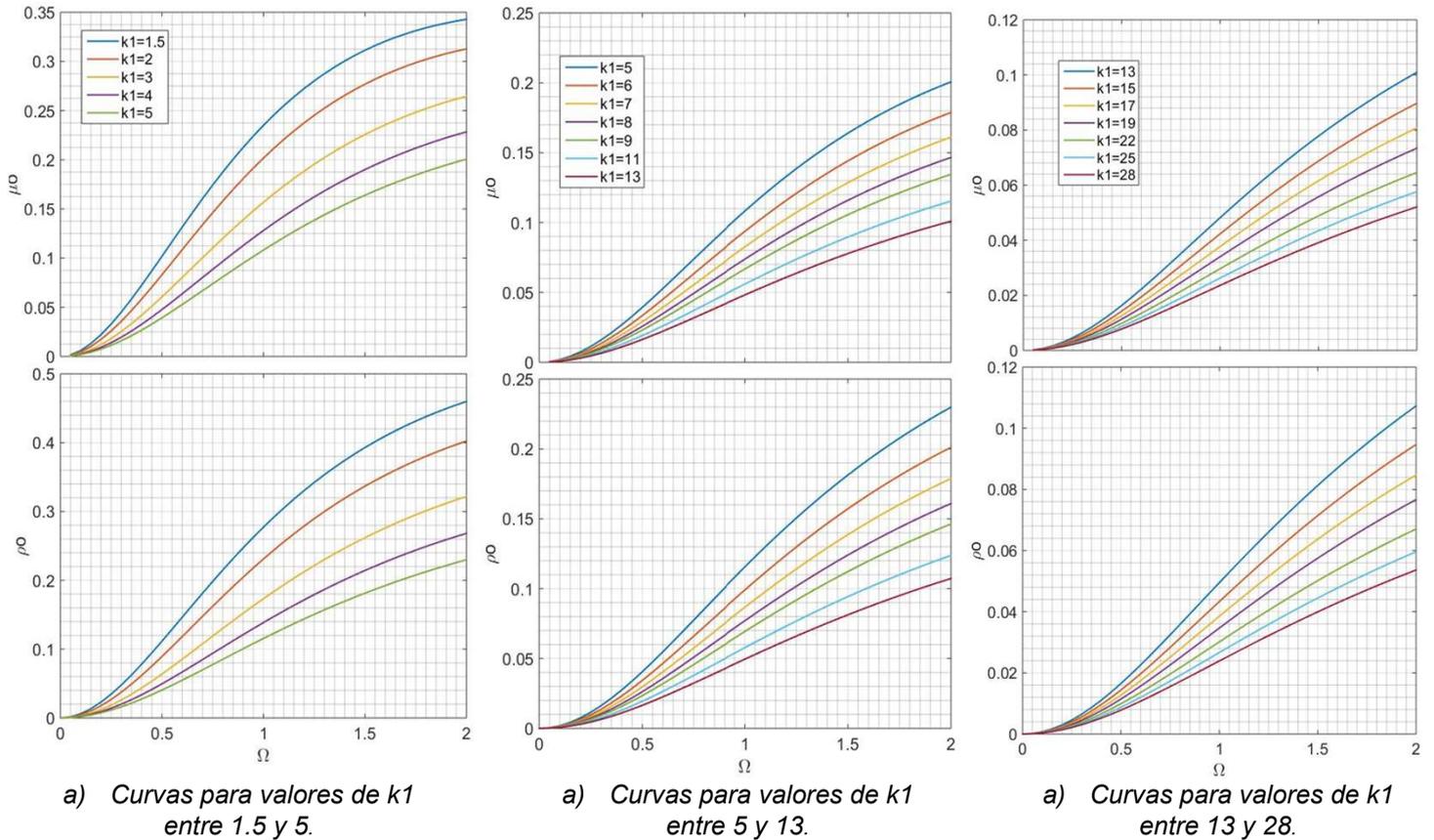


Figura 2. Ábacos para el diseño hiporreforzado.

Nota: Para curvas no representadas se admite la interpolación lineal entre curvas contiguas.

Para realizar el diseño se plantea: $M_u = M_r$ en el análisis de la seguridad de la sección a flexión y se aplica la siguiente metodología:

- 1) Calcular μ_0 , ε_0 y k_1 por las ecuaciones (17), (7) y (15), respectivamente:
- 2) Entrar en el ábaco de la figura 2 con el valor de μ_0 hasta tocar la curva del k_1 calculado. Luego trazar una vertical hacia abajo hasta tocar la curva del k_1 del mismo valor y entonces buscar con la horizontal el valor de ρ_0 .

2.1) Si se requiere o desea conocer el valor de las variables que describen el comportamiento de la sección, entonces la vertical trazada hacia abajo topará con el eje de las abscisas para obtener el valor del coeficiente Ω .

2.2) Sustituir Ω y ε_0 en la ecuación (6) para obtener ε'_c .

2.3) Sustituir Ω , d y k_1 en la ecuación (12) para obtener c .

2.4) Sustituir ε'_c y c en la ecuación (22) para obtener φ .

$$\varphi = \frac{\varepsilon'_c}{c} \quad (22)$$

3) Cálculo de la cuantía de refuerzo necesario ρ_f por la expresión (21).

4) Cálculo del área de refuerzo necesaria $A_f = \rho_f b d$.

3. RESULTADOS

3.1 VALIDACIÓN DEL MÉTODO GRÁFICO COMPARANDO CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para validar el método gráfico propuesto fueron identificados 10 ensayos a flexión de vigas rectangulares de hormigón armado con barras de PRF, resultado de las investigaciones realizadas por Benmokrane [19], Ashour [20] y Yost [21]. En todos los casos se analizaron vigas simplemente apoyadas y el tipo de ensayo realizado fue el de flexión por cuatro puntos. De las referencias citadas se conoce que todos los elementos fallaron por ruptura de las barras de PRF. En la tabla 1 se resumen las dimensiones y las propiedades de los materiales de todas las vigas consideradas, así como el área de refuerzo utilizada y el momento flector que resistió cada una en el ensayo. A su vez, se muestran los resultados del diseño por el método gráfico para el momento resistente requerido y las diferencias relativas ($\bar{\alpha}$), entre el área de refuerzo empleada ($A_{f\text{Ensayo experimental}}$) y el área de refuerzo resultante del diseño ($A_{f\text{Método gráfico}}$), calculada a partir de la ecuación (23):

$$\bar{\alpha} = \left| \frac{A_{f\text{Ensayo experimental}} - A_{f\text{Método gráfico}}}{A_{f\text{Ensayo experimental}}} \right| \quad (23)$$

Tabla 1. Comparación entre el área de refuerzo empleada en los ensayos experimentales y el área de refuerzo resultante del diseño por el método gráfico.

Referencia	Autor principal	Notación de Viga	Sección transversal			f'_c (MPa)	Barra de refuerzo		Mr (kNm)	Af (mm ²)		$\bar{\alpha}$
			Ancho b (mm)	Peralto h (mm)	Peralto efectivo d (mm)		f_{tu} (MPa)	ϵ_{fu}		Ensayo Experimental	Diseño Método Gráfico	
[20]	B.Benmokrane	ISO55-1	200	550	521	42	689	0.018	181.5	573.0	532.1	0.07
		KD55-2	200	550	521	42	641	0.014	172.5	573.0	543.7	0.05
[21]	F.Ashour	Beam2	150	200	164	33	650	0.017	5.9	56.5	57.5	0.02
		Beam4	150	250	222	33	650	0.017	7.8	56.5	55.6	0.02
		Beam8	150	200	164	59	650	0.017	5.9	56.5	57.5	0.02
[22]	J.R.Yost	1FRP1	381	203	179	28	830	0.020	11.5	80.0	79.3	0.01
		1FRP3	381	203	179	28	830	0.020	11.5	80.0	79.3	0.01
		2FRP1	318	216	192	28	830	0.020	13.6	80.0	87.4	0.09
		2FRP2	318	216	192	28	830	0.020	13.3	80.0	85.8	0.07
		2FRP3	318	216	192	28	830	0.020	13.1	80.0	84.1	0.05

El promedio ($\alpha_{promedio}$) y la desviación estándar ($\alpha_{desviación\ estándar}$) de las diferencias relativas entre el área de refuerzo de la viga ensayada y el área de refuerzo resultante del diseño por el método gráfico fueron calculados a partir de las ecuaciones (24) y (25), respectivamente.

$$\alpha_{promedio} = \frac{\sum_{i=1}^{i=10} \alpha_i}{10} \quad (24)$$

$$\alpha_{desviación\ estándar} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=10} (\alpha_i - \alpha_{promedio})^2}{10}} \quad (25)$$

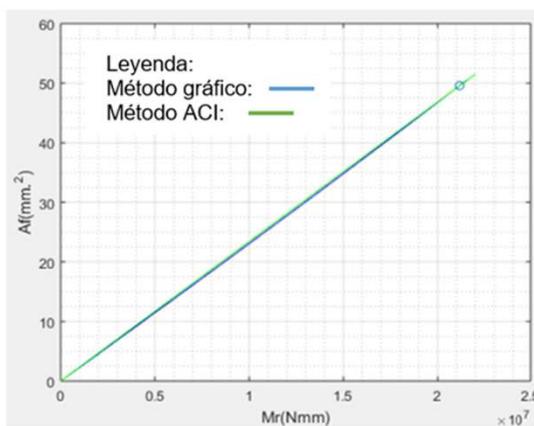
Los resultados obtenidos fueron $\alpha_{promedio} = 0.04$ y $\alpha_{desviación\ estándar} = 0.03$. La máxima de diferencia $\bar{\alpha} = 0.09$ se obtuvo en el análisis de la viga 2FRP1 y la mínima diferencia $\bar{\alpha} = 0.01$ en las vigas 1FRP1 y 1FRP3, lo cual resulta en un rango de $\bar{\alpha} = 0.08$. A través del análisis de los datos estadísticos se concluye que existe una buena correlación entre los resultados experimentales y el refuerzo de diseño obtenido, con un nivel de significancia de $\bar{\alpha} = 0.09$.

3.2 Comparación de los resultados del diseño por el método gráfico y el método de la norma del ACI para secciones rectangulares

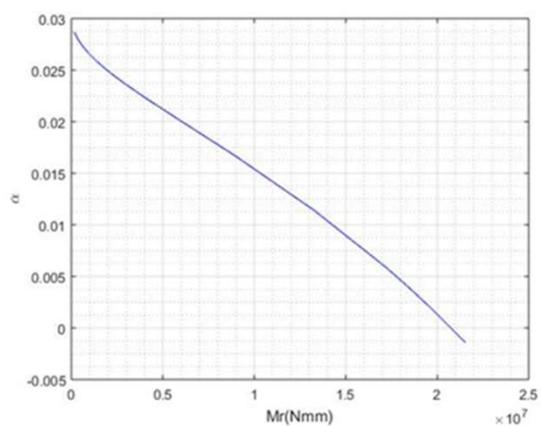
Se realizó el diseño de cuatro elementos de hormigón armado con barras de PRF: A, B, C y D, de sección rectangular, ver tabla 2, a través de las metodologías de diseño por el método gráfico y por el método de la norma del ACI [12]. Los resultados obtenidos se reflejan en curvas que representan el área de refuerzo calculado en función del momento resistente requerido. Estos se muestran en las figuras 3a), 4a), 5a) y 6a). Las diferencias relativas ($\bar{\alpha}$) entre ambos métodos se muestra en las figuras 3b), 4b), 5b) y 6b).

Tabla 2. Propiedades de los materiales y características geométricas de los elementos A, B, C y D

Elemento	f'c (MPa)	Barra de refuerzo		Sección Transversal	
		ffu (MPa)	ϵ_{fu}	Ancho b (mm)	Peralto efectivo d (mm)
A	20	2000	0.041	250	400
B	25	1700	0.036	1000	100
C	45	800	0.015	500	120
D	65	600	0.006	200	300

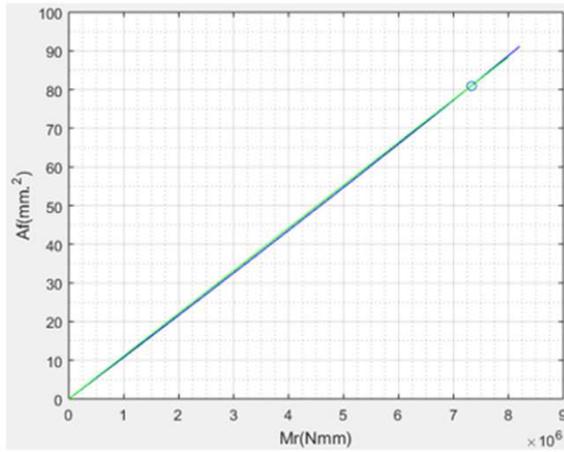


a) Área de refuerzo en función del Momento

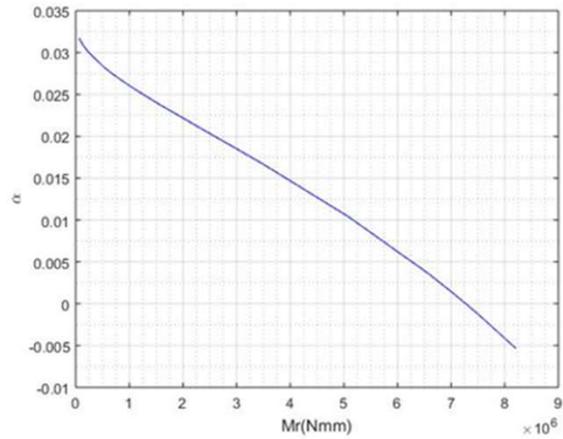


b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$

Figura 3. Elemento A

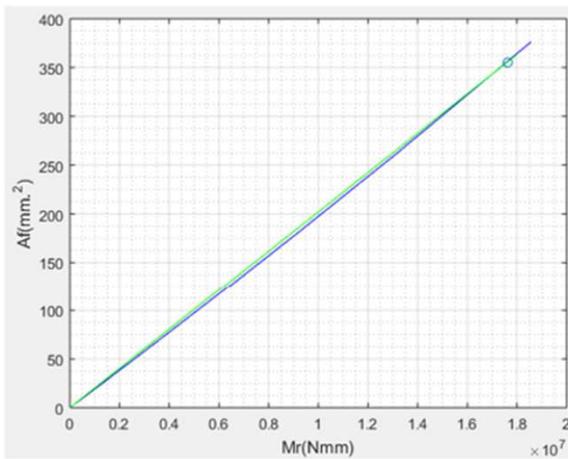


a) Área de refuerzo en función del Momento

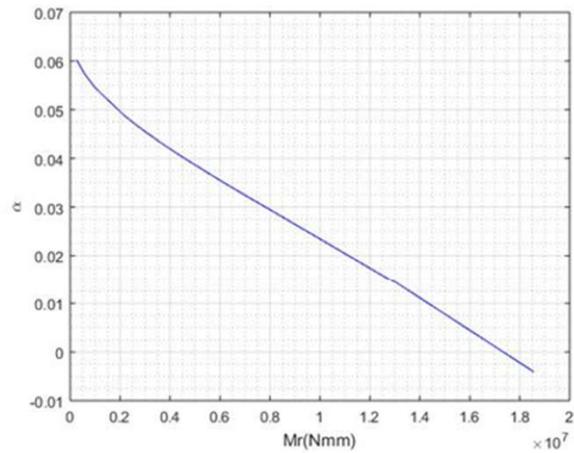


b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$

Figura 4. Elemento B

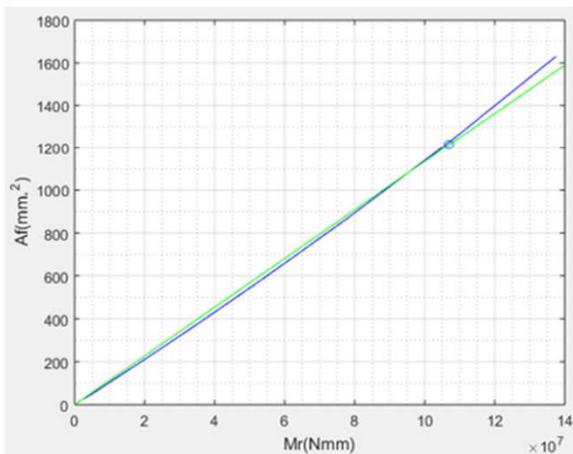


a) Área de refuerzo en función del Momento

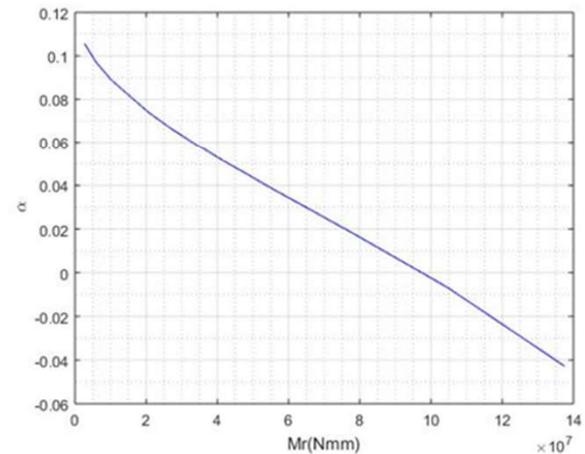


b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$

Figura 5. Elemento C



a) Área de refuerzo en función del Momento



b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$

Figura 6. Elemento D

Al aplicar el método gráfico y el método de la norma del ACI [12] para el diseño de los elementos anteriores, se obtuvieron valores aproximados de área de refuerzo, con un nivel de significancia $\alpha = 0.11$. En la medida que el momento resistente requerido se aproxima al momento correspondiente a la frontera de fallo simultáneo la diferencia relativa disminuye, ya que las aproximaciones del ACI [12] son más certeras cuando la cuantía de refuerzo se aproxima a la cuantía de refuerzo balanceado.

3.3 Comparación de los resultados del diseño por el método gráfico y el método de la norma del ACI para secciones “Te”

Se realizó el diseño de cuatro elementos de mortero armado con barras de PRF: E, F, G y H, de sección Te, ver tabla 3, mediante la aplicación de los métodos analizados anteriormente. Estos elementos tienen espesor de ala y ancho de alma igual a 30mm y 60mm respectivamente. La profundidad del bloque de compresiones en el fallo balanceado (a_b) se calculó a partir de la ecuación (26)

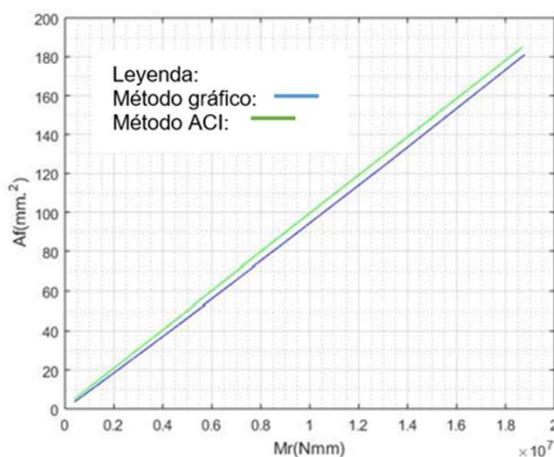
$$a_b = \beta_1 c_b \quad (26)$$

Tabla 3. Propiedades de los materiales y características geométricas de los elementos E, F, G y H

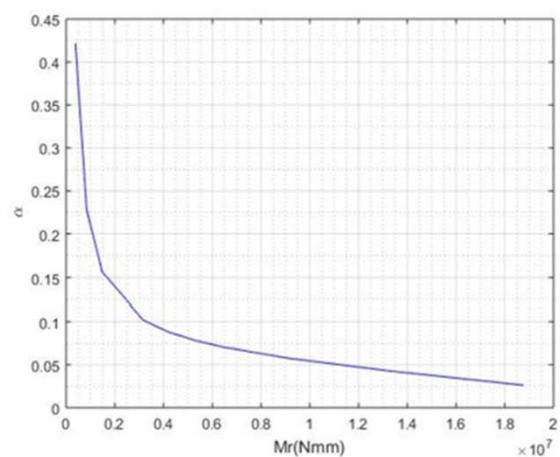
Elemento	f'c (MPa)	Barra de refuerzo		Sección Transversal			
		ffu (MPa)	ϵ_{fu}	Ancho b (mm)	Peralto efectivo d (mm)	c_b (mm)	a_b (mm)
E	25	1000	0.011	400	200	41.8	35.5
F	30	1200	0.015	300	300	50.0	41.8
G	35	800	0.019	400	400	55.0	44.0
H	45	1200	0.015	400	400	65.8	47.9

Los gráficos comparativos que resultan de aplicar ambos métodos de diseño analizados se muestran en las figuras 7a), 8a), 9a) y 10a) y las diferencias relativas correspondientes, en las figuras 7b), 8b), 9b) y 10b). Como la profundidad del bloque de compresiones en la frontera balanceada es mayor que el espesor del ala $a_b > h_f = 30\text{mm}$, los elementos se deben calcular como Te según el método del ACI [12]. La transformación correspondiente se muestra en la ecuación (25).

$$A_f = \frac{M_r + 0.85 f'_c b_w (0.5 \beta_1 C_b) (\beta_1 C_b - h_f)}{\phi f_{fu} (d - \frac{h_f}{2})} \quad (27)$$

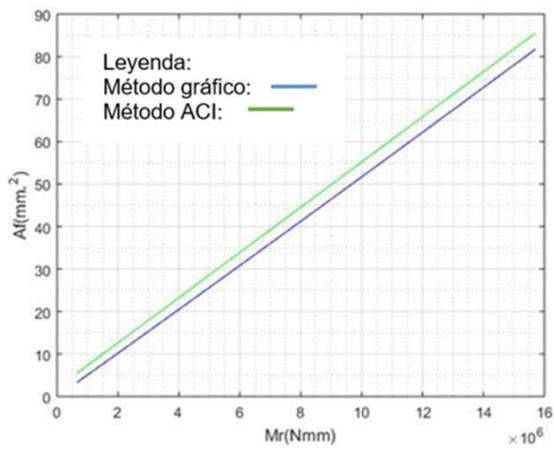


a) Área de refuerzo en función del Momento.

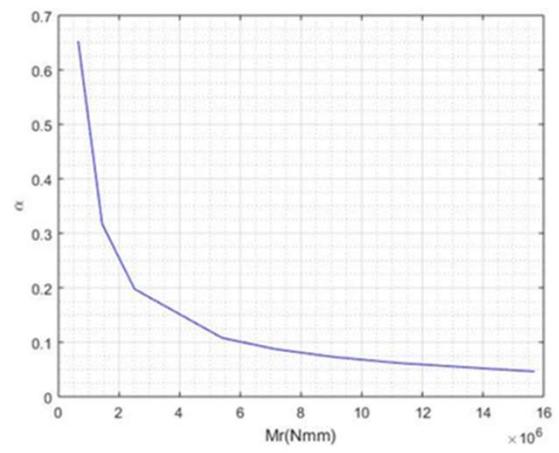


b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$.

Figura 7. Elemento E.

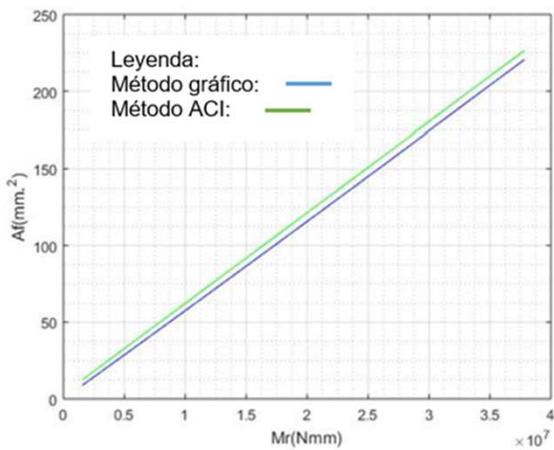


a) Área de refuerzo en función del Momento.

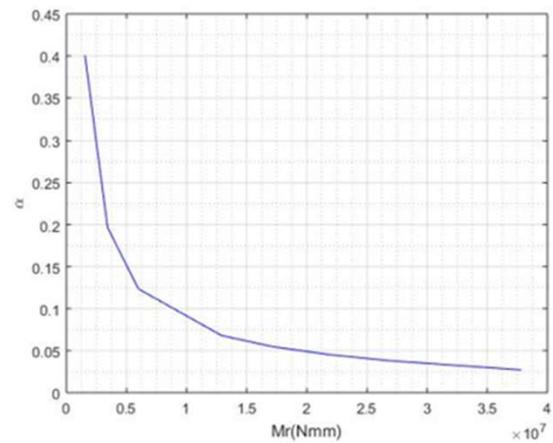


b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$.

Figura 8. Elemento F.

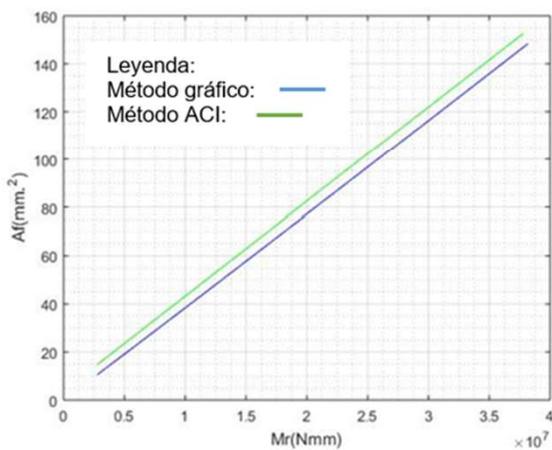


a) Área de refuerzo en función del Momento.

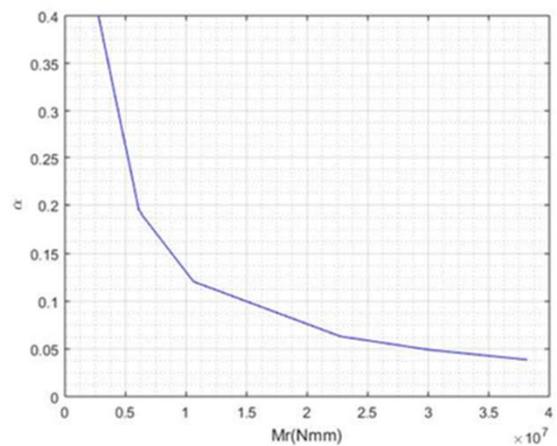


b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$.

Figura 9. Elemento G.



a) Área de refuerzo en función del Momento.



b) Diferencia relativa $\bar{\alpha}$.

Figura 10. Elemento H.

Con el objetivo de determinar el modo de trabajo del elemento, se aplicó el método gráfico para obtener el coeficiente de transformación a diagrama rectangular (β) y la profundidad de la línea neutra, y con ello se calculó la profundidad del bloque de compresiones de cada elemento según la ecuación (28), ver figura 11,

$$a = \beta c \tag{28}$$

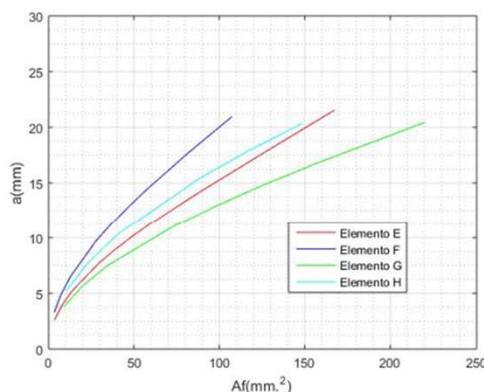


Figura 11. Profundidad del bloque de compresiones (a) de los elementos analizados.

Como resultado se obtuvo que los elementos trabajan como rectángulo, ya que la profundidad del bloque de compresiones correspondiente al área de refuerzo resultante del diseño es menor que el espesor del ala $a < h_f = 30\text{mm}$ en todo caso.

A través método del ACI [12] no fue posible determinar el modo de trabajo de los elementos, ya que este se basa en suponer que el valor de la profundidad del bloque de compresiones se corresponde con el de la frontera balanceada, y en estos casos, los valores de profundidades del bloque de compresiones en el fallo balanceado resultaron ser mayores que el espesor del ala de la sección. Por este motivo, se procedió a analizar la sección como “te” y no como rectángulo. En otro sentido, se determinó a través del método gráfico que la profundidad del bloque de compresiones es menor que el espesor del ala en cada caso, lo cual justifica el análisis de la sección como rectángulo. Por estas razones se obtuvieron distintos valores de área de refuerzo, con diferencias que llegaron a ser superiores al 60% del área obtenida por el método gráfico, según se muestra en el gráfico 8b) correspondiente elemento F.

4. CONCLUSIONES

La metodología de diseño propuesta tiene buena correlación con los resultados obtenidos en los ensayos experimentales, por lo tanto, se valida su uso para secciones rectangulares y secciones "te" o canales que trabajen como rectángulo.

El método gráfico para el diseño hiporreforzado de elementos de hormigón armado con barras de PRF posibilita el cálculo de las variables que describen el comportamiento de la sección: la deformación del hormigón a compresión, la curvatura y la profundidad de la línea neutra. Tiene como ventaja adicional que es una metodología de diseño no iterativa y por lo tanto permite obtener resultados prescindiendo del uso de herramientas informáticas.

El área de refuerzo necesaria que resulta al aplicar el método gráfico y el método de la norma del ACI [12] en una sección rectangular hiporreforzada son aproximadamente similares con un nivel de significancia de $\bar{\alpha} = 0.11$, a partir de los resultados obtenidos. Sin embargo, en las secciones "te" en que la profundidad del bloque de compresiones en la frontera balanceada sea mayor que el espesor del ala $a_b > h_f$, se recomienda el método gráfico, ya que este permite determinar el modo de trabajo de la sección y además obtener valores de área de refuerzo menos conservadores que el método del ACI [12].

- [1] H. R. Wainshtok R, J. A. Hernández C., and I. Díaz P., *Empleo de Barras y Telas de Mallas de PRF como Refuerzo del Hormigón y el Ferrocemento. Diseño Estructural Cuba*, 2017, p. 206.
- [2] F. Aydın, "Experimental Study on the Flexural Behaviour of a Novel Concrete Filled Hybrid Beams Reinforced with GFRP and Steel Bars," *KSCE Journal of Civil Engineering*, vol. 23, no. 11, p. 8, 2019.
- [3] E. Pournamazian, A. Vatani, M. Houshmand, P. Shoaeei, and T. Ozbakkaloglu, "The tensile performance of FRP bars embedded in concrete under elevated temperatures," *Construction and Building Materials* p. 15, 2019.
- [4] M. K. Dahir and W. Nadir, "A compression field based model to assess the shear strength of concrete beams reinforced with longitudinal FRP bars," *Construction and Building Materials*, p. 16, 2018.
- [5] H. Huang, Y. Yuan, W. Zhang, R. Hao, and J. Zeng, "Bond properties between GFRP bars and hybrid fiber-reinforced concrete containing three types of artificial fibers," *Construction and Building Materials*, p. 18, 2020.
- [6] A. Rolland, P. Argoul, K. Benzarti, M. Quiertant, S. Chataigner, and A. Khadour, "Analytical and numerical modeling of the bond behavior between FRP reinforcing bars and concrete," *Construction and Building Materials*, p. 14, 2020.
- [7] M. Inmana, E. Thorhallssonb, and K. Azrague, "A mechanical and environmental assessment and comparison of basalt fibre reinforced polymer (BFRP) rebar and steel rebar in concrete beams," *Energy Procedia*, vol. 111, pp. 31 – 40, 2017.
- [8] R. Salih and Z. Fangyuan, "Numerical Investigation of the Behavior of Reinforced Concrete Beam Reinforced with FRP Bars," *Civil Engineering Journal*, vol. 5, no. 11, p. 13, 2019.
- [9] M. Khatibmasjedi and A. Nanni, "Durability of GFRP reinforcement in seawater concrete," *Construction and Building Materials*, 2021.
- [10] S. Khatibmasjedi, F. D. Caso, and A. Nanni, "SEACON: Redefining Sustainable Concrete," presented at the SCMT4, Las Vegas, USA, 2016.
- [11] O. A. Mohamed, W. A. Hawat, and M. Keshawarz, "Durability and Mechanical Properties of Concrete Reinforced with Basalt Fiber-Reinforced Polymer (BFRP) Bars: Towards Sustainable Infrastructure," *Polymers* 2021.
- [12] ACI-440.1R. "Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars", ed. Farmington Hill EUA: American Concrete Institute (ACI), 2015.
- [13] ISIS Canada "Reinforcing Concrete Structures with Fibers Reinforced Polymers", ed. Canada: Intelligent Sensing for Innovatives Structures (ISIS), 2007.
- [14] CSA Standars "Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers", ed. Canada: Canadian Standards Association (CSA), 2017.
- [15] GOST "Armadura de materiales compuestos de polímeros para refuerzo de las estructuras de hormigón", Consejo Interestatal para la Normalización la Metrología y la Certificación (MGS), 2012.
- [16] "Egyptian code of practice for the use of fiber reinforced polymer (FRP) in the construction fields", ed. Egypt: Egyptian Standing Code Committee, 2005.
- [17] S. Rodríguez Morales, "Diagramas momento-curvatura para secciones de hormigón armado. Determinacion del valor de ductilidad local de una sección de hormigón armado. Empleo del programa matlab en aplicaciones estructurales a nivel seccional," *Anales de Edificación*, vol. 1, no. 2, p. 15, 2015.
- [18] A. Nanni, A. D. Luca, and H. J. Zadeh, *ReinforcedConcrete withFRP Bars*. EUA, 2014.
- [19] NC.120:2014. *Hormigón Hidráulico — Especificaciones*, 2014.
- [20] B. Benmokrane, O. Chaallal, and R. Masmoud*, "Glass fibre reinforced plastic (GFRP) rebars for concrete structures," *Construction and Building Materials*, vol. 9, no. 6, p. 12, 1995.
- [21] F. Ashour, "Flexural and shear capacities of concrete beams reinforced with GFRP bars," *Construction and Building Materials*, 2006.
- [22] J. R. Yost, C. H. Goodspeed, and E. R. Schmeckpeper, "Flexural performance of concrete beams reinforced with FRP grids," *Journal of Composites for Construction*, vol. 5, p. 8, 2001.

