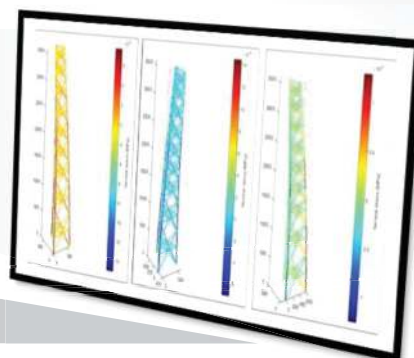


Optimización de un modelo de torre auto soportada mediante la técnica heurística de enjambre de partículas

Optimization of a self-supported tower model using particle swarm optimization heuristic technique



**Diandra García Labadié<sup>1</sup>, Javier Alejandro García Miranda<sup>2</sup>, Juan Carlos Verdecia Somoano<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Estudiante de Ingeniería Civil, Universidad de Matanzas, Carretera Matanzas-Varadero, km 3 1/2, Matanzas, Cuba. email: [diandra.garcia@est.umcc.cu](mailto:diandra.garcia@est.umcc.cu)

<sup>2</sup>Profesor Asistente, Departamento de Construcciones, Universidad de Matanzas, Carretera Matanzas-Varadero, km 3 1/2, Matanzas, Cuba. email: [javier.garcia@umcc.cu](mailto:javier.garcia@umcc.cu)

<sup>3</sup>Profesor Asistente, Departamento de Construcciones, Universidad de Matanzas, Carretera Matanzas-Varadero, km 3 1/2, Matanzas, Cuba. email: [juan.verdecia@umcc.cu](mailto:juan.verdecia@umcc.cu)

## RESUMEN

Unido al auge de las telecomunicaciones en Cuba la demanda de torres ha ido en ascenso. La concepción del diseño de estas estructuras se rige por códigos y normas, donde parte de sus elementos no son aprovechados al límite de su capacidad. La optimización estructural se ha convertido en una tendencia mundial con el fin de aprovechar al máximo la resistencia de los elementos estructurales de las torres de celosía. En las últimas décadas han sido desarrolladas un número considerable de técnicas heurísticas de optimización, siendo Enjambre de Partículas (PSO) una de las más utilizadas en la optimización del diseño de torres. En este marco se desarrolla la presente investigación que tiene como objetivo la optimización de un modelo de torre auto soportada mediante la distribución de las secciones transversales de sus elementos, aplicando la técnica heurística PSO, bajo las condiciones de viento extremo en Cuba. La optimización se realiza a un modelo teórico de torre auto soportada de 36 m de altura de sección triangular. La función objetivo a optimizar es el peso de la torre, la cual fue parametrizada en el software MATLAB mediante el Método de Elementos Finitos (FEM). Como resultado del proceso de optimización se obtuvo un modelo teórico de torre auto soportada con un peso de 34,28 kN, que resiste el estado de carga de viento bajo las condiciones de Cuba.

**Palabras claves:** optimización estructural, técnicas heurísticas, Enjambre de Partículas, torre auto soportada

## ABSTRACT

Due to the telecommunications boom in Cuba, the demand for towers has been on the rise. The conception of the design of these structures is governed by codes and standards, where part of its elements are not used to the limit of their capacity. Structural optimization has become a global trend in order to take full advantage of the strength of the structural elements of lattice towers. In recent decades, a considerable number of heuristic optimization techniques have been developed, with Particle Swarm (PSO) being one of the most used in tower design optimization. In this framework, the present research is developed, which aims to optimize a self-supported tower model by distributing the cross sections of its elements, applying the PSO heuristic technique, under extreme wind conditions in Cuba. The optimization is carried out on a theoretical model of a 36 m high self-supporting tower with a triangular section. The objective function to optimize is the weight of the tower, which was parameterized in the MATLAB software using the Finite Element Method (FEM). As a result of the optimization process, a theoretical model of a self-supporting tower with a weight of 34.28 kN was obtained, which resists the state of wind load under Cuban conditions.

**Keywords:** structural optimization, heuristics techniques, Particle Swarm Optimization, self-supporting tower

**Nota Editorial:** Recibido: septiembre 2021; Aceptado: septiembre 2021

## 1. INTRODUCCIÓN

La optimización estructural constituye una disciplina muy estudiada por numerosos investigadores, sentando sus bases en la programación matemática lineal, la cual dominó durante algunos años el campo de la optimización, esta utilizaba cálculos diferenciales para encontrar las soluciones óptimas para ciertos tipos de problemas y bajo ciertas condiciones. El alto desarrollo tecnológico en la informatización propició el surgimiento de nuevas técnicas de búsqueda estocástica conocidas como heurísticas basadas en la computación evolutiva. Las técnicas heurísticas no garantizan encontrar la solución óptima a varios problemas, pero garantizan la optimización simultánea de las variables de diseño, dificultad que presentaban las técnicas de programación lineal debido a su alinealidad y las restricciones [1].

Las técnicas heurísticas dictaminaron el futuro del campo de la optimización de estructuras y surgen principalmente para ser implementadas en la resolución de problemas complejos, donde su implementación es de fácil programación para garantizar la búsqueda de óptimos globales. En el caso de las estructuras de celosía las técnicas heurísticas buscan la reducción del peso del conjunto estructural definida como la función objetivo a minimizar en un determinado espacio de búsqueda.

Las torres de celosía son un conjunto de elementos lineales entrelazados para formar una estructura que gane en altura y que sea resistente ante las acciones externas, son de vital importancia para el soporte de antenas que transmiten señales televisivas y de telefonía celular. Estas estructuras son complejas y muestran una gran sensibilidad a las acciones del viento, además de contar con un número considerable de variables que influyen en su comportamiento y posteriormente en su diseño estructural. Los diseños de torres están regidos principalmente por códigos internacionales y por la experiencia de los ingenieros estructurales, este último constituye un factor determinante, pues está basado en cálculos de prueba y error. Este método asume un predimensionamiento inicial de los elementos estructurales que conforman el conjunto hasta encontrar el "mejor" diseño que satisfaga determinadas capacidades resistentes de los materiales. En este tipo de diseño no se asegura que las dimensiones de los elementos estructurales sean aprovechados en los límites de su capacidad resistente, y por consiguiente se atenta contra los costos de los diseños estructurales de estos elementos.

Entre las técnicas heurísticas más utilizadas en la optimización estructural de torres autosoportadas se encuentra Enjambre de Partículas (Particle Swarm Optimization-PSO) que se introdujo en los trabajos pioneros de Russell C. Eberhart y James Kennedy [2]. En ese tiempo los algoritmos evolutivos dominaban el campo de la optimización, por lo que motivó a la comunidad científica a investigar sobre algoritmos inspirados en el comportamiento de aves, hormigas y peces que mostraban ciertos aprendizajes grupales en su entorno natural. Esta técnica utiliza un conjunto de partículas distribuidas aleatoriamente. La improvisación se realiza moviendo las partículas alrededor del espacio de búsqueda por medio de un conjunto de expresiones matemáticas simples que modelan algunas comunicaciones entre ellas. Estas expresiones matemáticas, en su forma más simple y básica, sugieren el movimiento de cada partícula hacia una posición con una mejor experiencia y la mejor posición del enjambre, junto con algunas perturbaciones aleatorias.

Luh y Lin [3] proponen una metodología basada en un algoritmo de enjambre de partículas para optimizar el peso de una armadura plana de 39 barras. El proceso de optimización se dividió en dos etapas, la primera se emplea para resolver la configuración topológica óptima mediante el algoritmo Binary Particle Swarm Optimization (BPSO) y la segunda se emplea para la optimización de la sección transversal de los elementos y de la forma del conjunto, donde se utilizó Attractive and Repulsive Particle Swarm Optimization (ARPSO), se tienen en cuenta restricciones de tensión, deflexión y estabilidad cinemática definidas por los diseñadores. Se obtuvieron 15 configuraciones topológicas, en las cuales se disminuye el número de elementos inicialmente concebidos en la armadura y simultáneamente se optimizó el área de la sección de los elementos obteniéndose 3 armaduras que de forma general son más ligeras en un 10% en un menor número de iteraciones.

Gholizadeh [4] emplea una hibridación entre dos algoritmos, Cellular Automata (CA) y Particle Swarm Optimization (PSO), donde se optimiza la función de la velocidad de las partículas del enjambre, obteniéndose un nuevo algoritmo, Sequential Cellular Particle Swarm Optimization (SCPSO). La programación fue implementada en MATLAB, se optimizaron tres armaduras planas y una armadura espacial, todas teniendo como función objetivo el peso, y como restricciones se tomaron las tensiones y los desplazamientos en los elementos.

En el caso de la armadura espacial de 25 barras se optimizó en un 10% el peso total con respecto al algoritmo estándar PSO, aunque en igual número de iteraciones. SCPSO arribó a los óptimos globales en un menor número de iteraciones.

Kaveh, et al. [5] programan un algoritmo conocido como Swallow Swarm Optimization (SSO) hibridado con Particle Swarm Optimization (PSO) donde se logra un nuevo algoritmo conocido como Hybrid Particle Swallow Optimization (HPSSO), que se emplea para la minimización del peso de seis armaduras, y de esta manera evaluar su desempeño contra otras técnicas heurísticas. Se optimizó el área de la sección transversal de los elementos. Se definen para la armadura espacial de 22 barras siete variables y en la torre transmisión de 25 barras ocho variables. En el caso de la armadura de 22 barras el algoritmo Harmony Search (HS) requiere un 40% menos de iteraciones con respecto a (HPSSO) para encontrar la mejor solución, ambos ofrecen diseños más ligeros respecto a los restantes autores. En el caso de la torre de transmisión de 25 barras el algoritmo Self Adaptive Harmony Search (SAHS) fue el más eficiente para encontrar la convergencia en cuanto a velocidad y el peso óptimo, donde (HPSSO) requiere de un 45% más de iteraciones que (SAHS).

Cao, et al. [6] presentan una optimización mejorada del algoritmo enjambre de partículas (EPSO) para la optimización del tamaño y la forma de estructuras de celosía. Utiliza tres ejemplos de estructuras de celosía, previamente investigadas, una armadura plana de 10 barras con 10 variables de diseños [5], una armadura plana de 37 barras con 19 variables de diseño [7] y una torre de 942 barras con 59 variables de diseño [8]. Los autores definen como función objetivo a optimizar el peso para cada una de las estructuras, definen como variables de diseño el área de la sección transversal de los elementos bajo las restricciones de tensiones y pandeo en los elementos. Los autores concluyen que EPSO discrepa en cuanto a la obtención de las mejores soluciones con respecto al resto de los algoritmos propuestos por el resto de los autores, pero con pequeñas diferencias, pero alcanza la obtención de soluciones óptimas en un menor número de análisis estructurales para encontrar la mejor solución.

Tsiptsis, et al. [9] examinan la optimización estructural a través de un optimizador basado en PSO con Non-Uniform Rational B-Spline (NURBS) que se implementa para encontrar topologías de estructuras de tipo curvo. La función objetivo es el peso de una torre, con variables de diseño: el área de la sección transversal de los elementos, y la interconexión entre los nodos del conjunto, bajo las restricciones de tensiones y desplazamientos. La técnica es aplicada a una torre 2D, con 24 elementos de acero, agrupados en ocho grupos. Los resultados de la investigación sugieren que el método PSO con la implementación NURBS puede ser utilizado en la optimización estructural de torres rectas y curvas, pero el número de nodos debe de estar definido en detalle inicialmente en el problema, lo que constituye una desventaja.

A pesar de ser tendencia en el mundo el uso de técnicas de optimización en el diseño de torres autosoportadas según la literatura internacional, en Cuba existen pocas investigaciones que aborden este campo. El presente estudio tiene como objetivo la optimización un modelo de torre autosoportada de 36 metros de altura sometido a cargas de viento extremo. Para el proceso de optimización se empleó la técnica heurística PSO implementada en el software MATLAB. La reducción del peso de la torre fue la función objetivo a optimizar, para ello se definieron siete variables de tipo discreta que constituyen la sección transversal de los elementos estructurales de la torre objeto de estudio.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1. Descripción del modelo de torre y función objetivo

El objeto de estudio a optimizar es una torre de celosía tridimensional de 36 m de altura de sección triangular, con un ancho en la base de 6 m y un ancho superior de 2,5 m compuesta por 264 barras y 87 nodos de sección triangular. Su conjunto estructural está formado por tres elementos principales: columnas, diagonales y tranques (Figura 1). El material a emplear es acero A36 con módulo de elasticidad  $E = 19\,994,798 \text{ kN/cm}^2$ , densidad  $\rho = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ kN/cm}^3$ , resistencia en el límite de fluencia  $F_y = 24,82 \text{ kN/cm}^2$ .

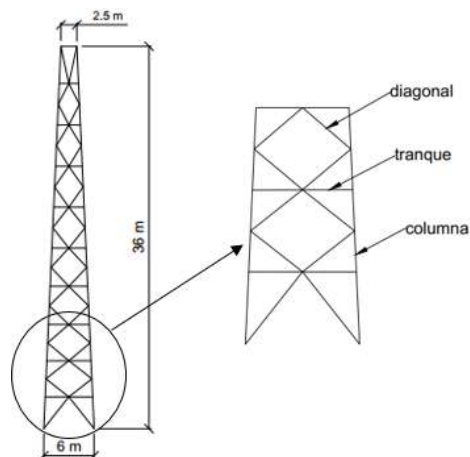


FIGURA 1: CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE LA TORRE.

La parametrización de la función fue implementada en el software MATLAB, mediante el Método de Elementos Finitos (*FEM*). El problema de optimización es mono-objetivo, y la función objetivo a optimizar es el peso de la torre, descrita en la ecuación (1).

$$\Phi = \min(W) = \min\left(\sum_{i=1}^{N_m} \rho_i L_i A_i\right) \quad (1)$$

Donde:

$W$  es el peso de la torre compuesta por miembros,  $\rho_i$  es la densidad del material de cada miembro  $i$ ,  $L_i$  es la longitud de cada miembro  $i$ ,  $A_i$  el área de cada miembro  $i$ .

## 2.2. Variables de diseño

El tipo de optimización es del tamaño de la estructura, no se decide modificar la interconexión entre sus nodos (topología) ni la forma de la estructura, por lo tanto, la variable de diseño a optimizar es el área de la sección transversal de los elementos estructurales. Para ello se define un total de siete variables de tipo discretas, distribuidas en la altura de la torre (Figura 2).  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  son las variables asignadas a los perfiles de las columnas de la torre, perfiles que serán de sección tubular con áreas de  $1,56 \text{ cm}^2$  a  $30,22 \text{ cm}^2$ .  $A_4$  y  $A_5$  son las variables que corresponden a las diagonales,  $A_6$  y  $A_7$  que corresponden a los tranques, ambas variables para estos elementos estructurales serán angulares de alas iguales con áreas de  $1,42 \text{ cm}^2$  a  $133 \text{ cm}^2$ .

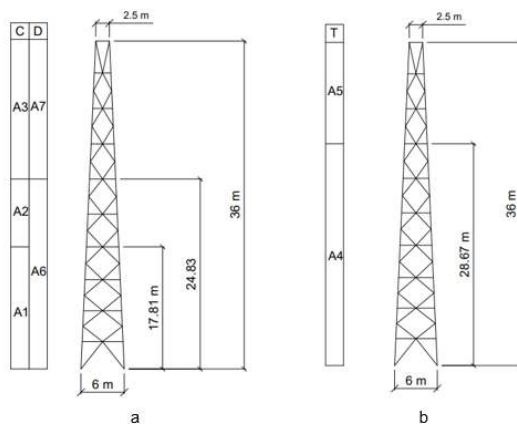


FIGURA 2: DISTRIBUCIÓN DE LAS VARIABLES DE DISEÑO DE LA TORRE A. COLUMNAS Y DIAGONALES B. TRANQUES.

### 2.3. Restricciones

Los miembros de las torres autoportadas deben ser diseñados para resistir tensiones y cumplir con los límites de esbeltez según el código normativo a utilizar. El código AISC 360-16 [10] fue el utilizado en esta investigación para el cumplimiento de las restricciones en cuanto a tensiones por tracción y por análisis de pandeo de los elementos comprimidos.

Para el manejo de las restricciones se definió una función constante de penalización [11], donde aumenta el peso de los elementos cuando estos no cumplan con los criterios de resistencia, y así disminuye la probabilidad de ser seleccionados durante el proceso de optimización. Este valor constante de penalización se decide que vaya en aumento en dependencia de la cantidad de elementos que violen las restricciones de resistencia. De no fallar ningún elemento, el factor de penalización será igual a 0, por cada elemento que falle en la torre su peso será incrementado en 100 kN.

### 2.4. Sistemas de cargas

En el diseño de torres de celosía de sección triangular, las principales cargas a analizar son: la carga permanente, la carga de viento actuando en tres direcciones:  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$  (Figura 3) y la carga producto de la presencia de las antenas. La investigación está orientada a la optimización de un diseño preliminar de torre sometido a cargas de viento extremo, por lo que no se consideró la carga producto de las antenas en la programación. La carga ecológica analizada en el proceso de optimización fue la carga de viento en la dirección  $0^\circ$  para la combinación  $1,2CP + 1,4CV$  encontrada en la NC 450:2006 [12], donde CP y CV representan la carga permanente de los elementos estructurales y CV la carga de viento que actúa sobre la torre, respectivamente. Para la dirección y combinación definida se obtienen las mayores sollicitaciones para el caso de las torres autoportadas de sección triangular. Posterior a la optimización, se chequearon las restantes direcciones de viento y la combinación  $0,9CP + 1,4CV$  [12]. La metodología de cálculo de la carga de viento fue programada según lo planteado en la nueva Propuesta de Norma Cubana: "Carga de viento. Método de cálculo". No se consideró en el análisis las cargas de uso ni la carga de viento no extremo, por ser la primera poco frecuente y la segunda no generar la peor condición de trabajo de la estructura.

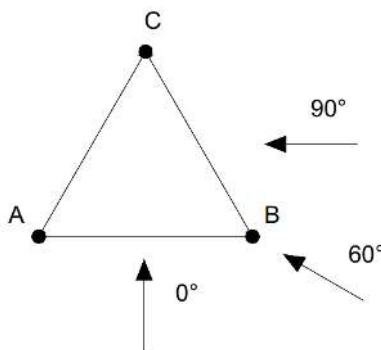


FIGURA 3: DIRECCIONES DE LA CARGA DE VIENTO.

La fuerza del viento  $F_{V(z_e)}$  que actúa sobre una estructura puede determinarse directamente utilizando la ecuación:

$$F_{V(z_e)} = q_{p(z_e)} C_f C_D A \quad (2)$$

Donde  $q_{p(z_e)}$  es la presión pico ( $N/m^2$ ),  $C_f$  es el coeficiente de fuerza,  $C_D$  es el coeficiente dinámico,  $A$  es el área de referencia de la estructura o del elemento estructural ( $m^2$ ) y  $z_e$  es la altura de referencia. La presión pico se calcula de la siguiente forma:

$$q_{p(z_e)} = q_{10} C_t C_h C_r \quad (3)$$

Donde  $q_{10}$  es la presión básica de viento ( $\text{N/m}^2$ ),  $C_t$  es el coeficiente de recurrencia,  $C_h$  es el coeficiente de altura y  $C_r$  es el coeficiente de ráfaga. Las velocidades básicas que se muestran en la Figura 5 fueron obtenidas para un intervalo de promediación de 10 min y un período de retorno de 50 años. Las velocidades básicas se obtuvieron de un proceso estadístico a partir del análisis de datos primarios con velocidades medidas a 10 m de altura en un terreno llano y abierto (Categoría III). La torre objeto de estudio se decidió emplazarla en la región 1, donde le corresponde una presión básica  $q_{10} = 0,93 \text{ kN/m}^2$ . Se definió un coeficiente de recurrencia  $C_t = 1$ , para un período de retorno de 50 años. La Tabla 1 muestra los coeficientes de altura ( $C_h$ ) para cada uno de los niveles de trancque donde incide la carga de viento, los valores son obtenidos mediante la ecuación:

$$C_h = (C_{e(z)} C_{a(z)})^2 \quad (4)$$

Donde  $C_{a(z)} = 1$  es el coeficiente de topografía que refleja el cambio que se produce en la velocidad media del viento cuando este pasa en ángulo recto sobre crestas o colinas, la torre objeto de estudio se encuentra en un terreno llano ( $C_{a(z)} = 1$ ).  $C_{e(z)}$  es el coeficiente de exposición, que define la variación del perfil vertical de la velocidad del viento en función de la altura según las categorías de terreno y se determina:

$$C_{e(z)} = 1.7 \left( \frac{z}{Z_G} \right)^\alpha \quad \text{para} \quad Z_b < z < Z_G \quad (5)$$

Donde  $z$  es la altura sobre el terreno (m). Para el cálculo de las fuerzas y presiones de viento se utiliza la altura de referencia  $z_e$ .  $Z_G$  y  $\alpha$  son los parámetros que determinan el perfil vertical de la velocidad del viento en su forma potencial, se consideró la torre ubicada en una categoría de terreno III:  $Z_b = 5 \text{ m}$  y  $\alpha = 0.15$ .

**TABLA 1: COEFICIENTE DE ALTURA.**

Altura (m)	$C_h$
3,15	0,90
9,16	0,97
14,08	1,10
17,81	1,18
21,32	1,25
24,83	1,31
28,67	1,36
32,17	1,41
34,85	1,45
36	1,46

El coeficiente de ráfaga se determina mediante la ecuación:

$$C_r = 1 + 2gI_z \quad (6)$$

Donde  $g$  es el factor pico de la velocidad del viento y toma valor de 3,5 y  $I_z$  es la intensidad de turbulencia definida mediante:

$$I_{(z)} = I_{rz} C_{ol} \quad (7)$$

$C_{ol}$  es el coeficiente de topografía para la intensidad de turbulencia, para este estudio  $C_{ol} = 1$ , por estar ubicada la torre en un terreno llano y  $I_{rz}$  es la intensidad de turbulencia a la altura  $z$  en función de las categorías de terreno, definida como:

$$I_{rz} = 0.1 \left( \frac{z}{Z_G} \right)^{-\alpha-0.05} \quad \text{para} \quad Z_b < z < Z_G \quad (8)$$

Para una altura de referencia igual al 60% de la altura total de la torre  $C_r = 2.2$ .

El coeficiente de fuerza de viento total en la dirección del viento sobre una sección de la estructura debe tomarse como:

$$C_f = C_{f,S} + C_{f,A} \quad (9)$$

$C_{f,A}$  es el coeficiente de fuerza del viento de los accesorios y  $C_{f,S}$  es el coeficiente de fuerza del viento de la sección de estructura sin accesorio, usando la relación de solidez  $\phi$ , correspondiente para la estructura sin accesorios, se obtienen de la siguiente forma:

$$C_{f,S} = K_\theta C_{f,S,0} \quad (10)$$

$C_{f,S,0}$  es el coeficiente de fuerza general en la dirección normal (presión) de una sección  $j$  sin efectos finales (longitud infinita) y  $K_\theta$  factor de incidencia del viento, que para torres de secciones triangulares se calcula de la siguiente forma:

$$K_\theta = \frac{A_{c,sub} + A_{c,sup}}{A_s} + \frac{A_f}{A_s} (1 - 0.1 \sin^2 1.5\theta) \quad (11)$$

$\theta$  es el ángulo de incidencia del viento con respecto a la dirección de  $0^\circ$ .  $A_s$  es el área proyectada total igual a la ecuación:

$$A_s = A_f + A_{c,sub} + A_{c,sup} \quad (12)$$

$A_f$  es el área proyectada total de los elementos de sección plana (perfiles angulares, planchas, etc.) de una cara en la dirección normal al viento.  $A_{c,sub}$  es el área proyectada total de los elementos de sección circular en régimen subcrítico de una cara en la dirección normal al viento.  $A_{c,sup}$  es el área proyectada total de los elementos de sección circular en régimen supercrítico de una cara en la dirección normal al viento. Una sección circular se encuentra en un régimen subcrítico cuando el número de Reynold ( $R_e \leq 4 \cdot 10^5$ ) y se asume que están en un régimen supercrítico cuando ( $R_e > 4 \cdot 10^5$ ). Para cálculos de la fuerza del viento, se puede suponer conservadoramente que los elementos de sección circular en régimen supercrítico se encuentran en régimen subcrítico. El valor de  $Re$  se obtiene de la ecuación:

$$R_e = \frac{b \cdot V_{(z_e)}}{\nu} \quad (13)$$

$\nu$  es la viscosidad cinemática del aire ( $\nu = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ).  $b$  es el diámetro de la sección.  $V_{(z_e)}$  es la velocidad pico para la altura de referencia, se obtiene por la siguiente expresión:

$$V_{(z_r)} = \left( \frac{2q_{p,(z_r)}}{\rho} \right)^{0.5} \quad (14)$$

$q_{p,(z_r)}$  es la presión pico en la altura de referencia.  $\rho$  es la densidad del aire ( $\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$ ). Para las direcciones de viento  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , el factor de incidencia  $K_\theta$  es 0, 0,95 y 0,97 respectivamente. Los valores del coeficiente de fuerza general normal a la dirección del viento  $C_{f,S,0}$  para un tramo de una torre de sección transversal en planta, triangular equilátera, compuesta de elementos de sección plana y de sección circular, deben calcularse por la ecuación:

$$C_{f,S,0,j} = C_{f,0,f} \frac{A_f}{A_s} + C_{f,0,c,sub} \frac{A_{c,sub}}{A_s} + C_{f,0,c,sup} \frac{A_{c,sup}}{A_s} \quad (15)$$

$C_{f,0,f}$ ,  $C_{f,0,c,sub}$  y  $C_{f,0,c,sup}$  son los coeficientes de fuerza para secciones compuestas por elementos de sección plana (perfiles y planchas), sección circular en régimen subcrítico y sección circular en régimen supercrítico, respectivamente. Sus valores vienen dados por:

$$C_{f,0,f} = 1.76C_1 [1 - C_2\varphi + \varphi^2] \quad (16)$$

$$C_{f,0,c,sub} = C_1(1 - C_2\varphi) + \varphi^2(C_1 + 0.875) \quad (17)$$

$$C_{f,0,c,sup} = 1.9 - \sqrt{(1 - \varphi)(2.8 - 1.14C_1 + \varphi)} \quad (18)$$

$C_1$  y  $C_2$  son iguales a 1,9 y 1,4, respectivamente, para torres triangulares.  $\varphi$  es la relación de solidez y se determina  $\varphi = \frac{A_s}{A_c}$ , donde  $A_s$  es el área proyectada y  $A_c$  es el área de contorno o área bruta.

La componente dinámica del viento debe ser tomada en consideración a través del coeficiente dinámico  $C_D$ . Solo se realiza un análisis estático, por lo tanto  $C_D = 1$ . Después de calcular la carga de viento, esta se distribuyó en cada uno de los niveles de tranque de la torre.

## 2.5. Parámetros de Enjambre de Partículas

Las expresiones matemáticas que dominan cada una de las iteraciones del algoritmo PSO son:

$$v_{i,j}^{k+1} = \omega v_{i,j}^k + c_1 r_1 (x_{lbest_{i,j}}^k - x_{i,j}^k) + c_2 r_2 (x_{gbest_j}^k - x_{i,j}^k) \quad (19)$$

$$x_{i,j}^{k+1} = x_{i,j}^k + v_{i,j}^{k+1} \quad (20)$$

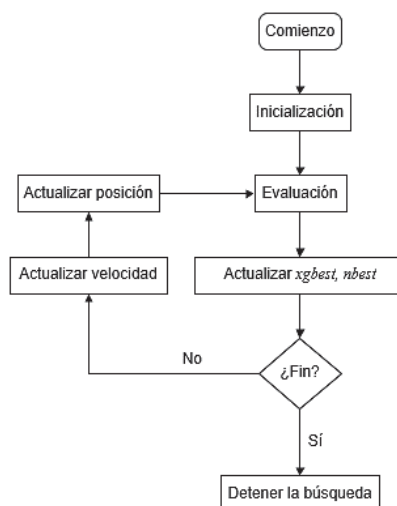
Donde  $\omega$  se conoce como peso inercial, Shi y Eberhart [14] plantean que este parámetro puede ser constante o una función del tiempo lineal o no lineal. Los valores positivos comprendidos entre un valor máximo y mínimo ( $\omega_{\min} = 0,4$  y  $\omega_{\max} = 0,9$ ) fueron definidos en esta investigación [6, 9, 15]. Los vectores  $v_{i,j}^k$  y  $x_{i,j}^k$  representan la velocidad y posición de las partículas respectivamente en un número de iteraciones  $k$ ; mientras  $r_1$  y  $r_2$  son dos números aleatorios uniformemente distribuidos en el rango (0,1). En el caso de  $x_{lbest_{i,j}}^k$  y  $x_{gbest}$  indican las mejores posiciones tanto locales como globales experimentadas por la  $i$ -ésima partícula en todo el enjambre; y  $c_1$  y  $c_2$  son dos parámetros que representan la confianza de la partícula en sí misma (cognición) y en el enjambre (comportamiento social). Estos dos parámetros controlan la exploración de las partículas. Un valor relativamente



alto de  $c_1$  animará a las partículas a moverse hacia sus mejores experiencias locales, mientras valores más altos de  $c_2$  resultarán en una convergencia más rápida hacia la mejor posición global. Para este estudio se adoptó  $c_1 = c_2 = 2$  [6, 9, 15].

Se adoptó la metodología que plantea Cheng, et al. [16] para el algoritmo PSO (Figura 4):

1. [Inicialización]: Inicia la velocidad y la posición de forma aleatoria para cada partícula en cada dimensión.
2. [mientras] no encuentre la "buena" solución o no llegue al máximo de iteraciones hacer...
3. Calcule el valor de aptitud de cada partícula.
4. Compare el valor de aptitud entre el valor actual y la mejor posición en el historial. Si el valor de aptitud de la posición actual  $x_{i,j}^k$  es mejor que  $xgbest_j^k$  para cada partícula, actualice  $x_{i,j}^k$  como posición actual.
5. Selección de una partícula que tenga el mejor valor de aptitud de vecindad de la partícula actual, esta partícula se llama mejor vecindario ( $nbest$ ).
6. [para] cada partícula hacer...
7. Actualizar la velocidad de la partícula según la ecuación (19)
8. Actualizar la posición de la partícula según la ecuación [12]



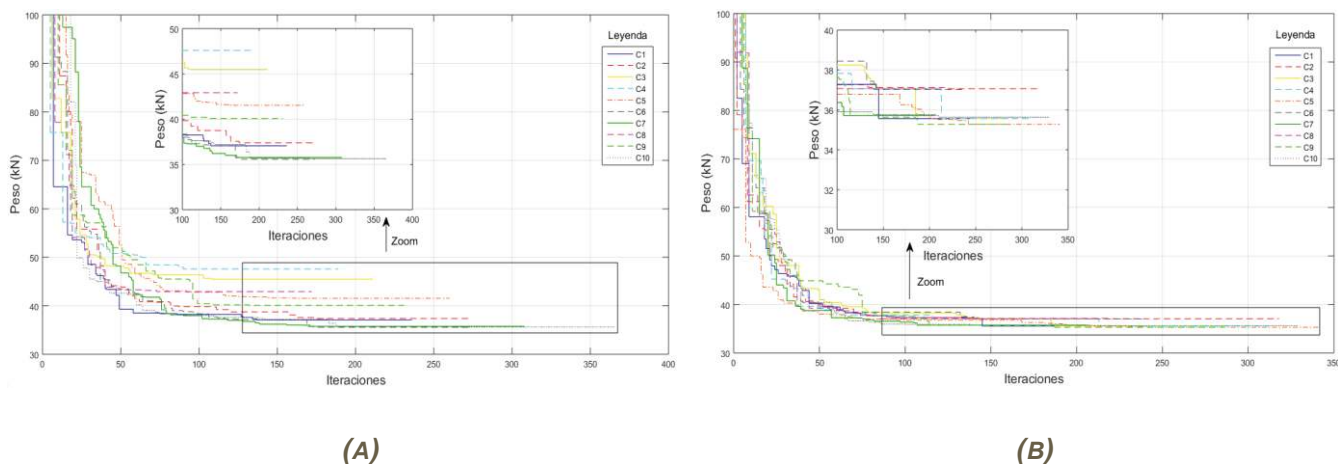
**FIGURA 4: DIAGRAMA DE FLUJO DE PSO [16].**

Para el proceso de optimización el máximo de iteraciones será igual a 1000, mientras que el número de partículas se iniciará con un valor de 20, incrementándose en intervalos de 10 hasta llegar a 100 partículas [6]. Se adoptó un criterio de parada para el algoritmo de 100 generaciones de bloqueo, se detendrá el proceso cuando el algoritmo supere las 100 iteraciones sin mejoras en el resultado de la función objetivo.

Es necesario realizar un análisis de sensibilidad en los resultados debido a la variabilidad en cuanto a los resultados que puede ofrecer el algoritmo PSO. Se realizaron 10 corridas para el parámetro cantidad de partículas, además se aplicó una técnica de hibridación implementada en MATLAB [17], conocida como Patrones de Búsqueda (Pattern Search-PS) [18], que encuentra el mínimo de una función mediante una búsqueda de patrón, a partir de un valor de solución que arroja el algoritmo busca la presencia de un posible valor menor que el arrojado, que pasaría a ser el nuevo óptimo. Los valores de las siete variables de diseño (áreas de las secciones transversales) se obtienen para el peso de la torre una vez hecha la hibridación. El proceso de optimización se ejecutó en una computadora personal con un procesador Intel Core i7-5500-2,4 GHz y 6 GB RAM operando bajo Microsoft Windows 10.

### 3. RESULTADOS

En el epígrafe se muestran los principales resultados obtenidos del proceso de optimización. La Figura 5 muestra las curvas de convergencia de diez corridas para las cantidades de 20 y 100 partículas en el enjambre. El comportamiento de las curvas inicialmente no muestra una convergencia hacia un valor óptimo del peso de la torre. Como se observa en la Figura 5b la capacidad de convergencia del algoritmo aumenta con el aumento del número de partículas en el enjambre.



**FIGURA 5: CANTIDAD DE PARTÍCULAS VS ITERACIONES**

**(A). CANTIDAD DE PARTÍCULAS-20**

**(B). CANTIDAD DE PARTÍCULAS-100.**

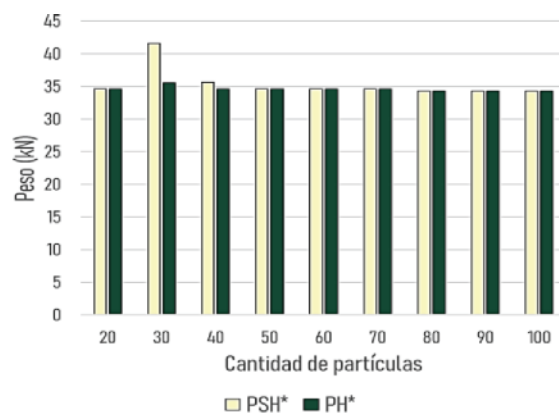
La Tabla 2 muestra los resultados de las mejores corridas para las cantidades de partículas definidas para PSO. Los mejores resultados se obtienen para 80, 90 y 100 partículas, con un valor  $\Phi = 34,28$  kN. En el caso de las variables, las mayores variaciones se corresponden con las variables A1-A3-A4, el resto no experimentó variación alguna a medida que se aumentó la cantidad de partículas. Con respecto a la cantidad de partículas de 20 (valor mínimo) el peso de la torre disminuyó en un 0,8%, estabilizándose a partir de 80.

**TABLA 2: RESULTADOS OBTENIDOS PARA LAS MEJORES CORRIDAS.**

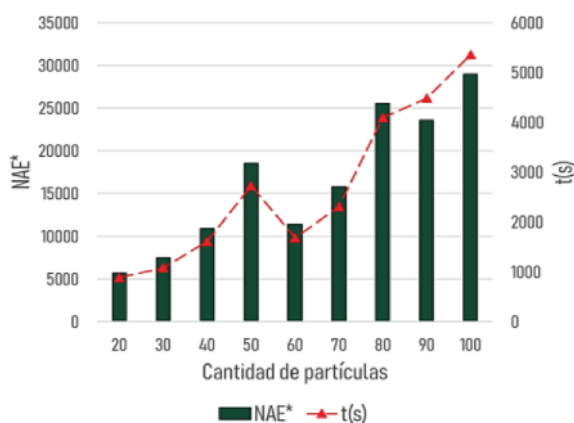
cm <sup>2</sup>	20	30	40	50	60	70	80	90	100
A1	14,70	19,16	14,70	14,70	14,70	14,70	16,21	16,21	16,21
A2	6,26	6,26	6,26	6,26	6,26	6,26	6,26	6,26	6,26
A3	5,57	3,66	5,57	5,57	5,57	5,57	3,66	3,66	3,66
A4	3,08	2,67	3,08	3,08	3,08	3,08	2,67	2,67	2,67
A5	1,42	1,42	1,42	1,42	1,42	1,42	1,42	1,42	1,42
A6	11,40	11,40	11,40	11,40	11,40	11,40	11,40	11,40	11,40
A7	3,90	3,90	3,90	3,90	3,90	3,90	3,90	3,90	3,90
Peso (kN)	34,56	35,51	34,56	34,56	34,56	34,56	34,28	34,28	34,28

La Figura 6a muestra que PSO no experimenta una sensibilidad marcada en cuanto a sus resultados una vez aplicada la hibridación con la técnica PS. Se observa que en siete de las nueve cantidades de partículas definidas, el valor del peso con o sin hibridación es el mismo. En la Figura 6b se observa que con 80 partículas el algoritmo alcanzó el valor óptimo con menos recursos computacionales con respecto a las cantidades de 90 y 100. Ninguna de las corridas empleó el número máximo de iteraciones. Con respecto a la cantidad de partículas de 20 se

incrementó el número de análisis estructurales y el tiempo de cómputo entre un 311-405% y 359-501% respectivamente.



(A)



(B)

**FIGURA 6: CANTIDAD DE PARTÍCULAS VS ITERACIONES A. CANTIDAD DE PARTÍCULAS-20  
B. CANTIDAD DE PARTÍCULAS-100.**

En la Tabla 3 y la Figura 7 se muestran los resultados de las variables de diseño para el menor peso obtenido por PSO.

**TABLA 3: RESULTADOS OBTENIDOS POR PSO.**

(cm <sup>2</sup> )	Áreas	Perfiles
A1	16,21	O133x4
A2	6,26	O101,6x2
A3	3,66	O60,3x2
A4	2,67	L35x35x4
A5	1,42	L25x25x3
A6	11,40	L75x75x8
A7	3,90	L45x45x4,5
Peso (kN)	<b>34,28</b>	-

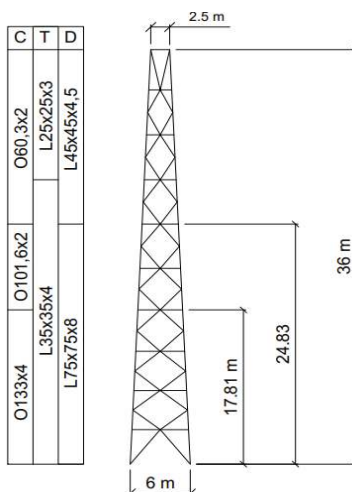


FIGURA 7: DISEÑO DE LA TORRE OBTENIDO POR PSO.

### Evaluación del diseño de la torre

Obtenido el diseño de la torre, se decide evaluar para cada una de las combinaciones y direcciones de viento definidas. Se determina el coeficiente ratio (relación entre la demanda/capacidad) que les corresponde a los elementos estructurales (columnas, tranques y diagonales) más solicitados, para verificar que este no sea mayor que uno. El diseño obtenido no es el definitivo, es un diseño inicial que debe ser evaluado bajo otras consideraciones principalmente constructivas que permitan obtener el diseño final.

TABLA 3: VALORES MÁXIMOS DEL COEFICIENTE RATIO EN LOS ELEMENTOS DE LA TORRE.

Elemento	Tipo de esfuerzo	Combinación					
		1,2CP + 1,4CV			0,9CP + 1,4CV		
		0°	60°	90°	0°	60°	90°
Columna	Tracción	0,3709	0,7255	0,6257	0,3779	0,7335	0,6327
	Compresión	0,9543	0,4522	0,8049	0,9443	0,4422	0,7959
Tranque	Tracción	-	-	-	-	-	-
	Compresión	0,9196	0,4391	0,7815	0,9266	0,4481	0,7821
Diagonal	Tracción	0,1298	0,1330	0,1096	0,1302	0,1320	0,1102
	Compresión	0,8610	0,7456	0,9047	0,8570	0,7346	0,9047

Como se puede observar en la Tabla 3 ninguno de los valores del coeficiente ratio en los elementos más solicitados de la torre supera el valor de la unidad, por lo tanto, ninguno se encuentra en falla. La dirección 0° es la que domina el diseño de las columnas y tranques sometidos a compresión, en el caso de las diagonales dominó la dirección de 90°. Para los elementos sometidos a tracción la dirección que predominó fue la de 60°. Los tranques están sometidos tanto a esfuerzos de tracción como de compresión, donde predomina esta última en el diseño de los mismos.

### 4. CONCLUSIONES

Las estructuras de celosía cuentan con un número considerable de variables influyentes en su diseño, es por ello que el empleo de algoritmos metaheurísticos ha sido generalizado por varios investigadores en el campo de la optimización estructural para encontrar diseños más óptimos. Según la literatura científica entre las técnicas más utilizadas en la optimización de torres autosoportadas se encuentra PSO. La optimización de tamaño mediante la técnica heurística PSO en un modelo teórico de torre, arrojó un peso mínimo de 34,28 kN, con una cantidad de partículas igual a 80. El proceso de optimización empleó 25 555 análisis estructurales, en un tiempo de 4 094 segundos, donde no fue necesario emplear el número máximo de partículas [13] para obtener el mismo peso para la torre objeto de estudio. El empleo de la función de hibridación Pattern Search con el objetivo de mejorar los valores finales de las corridas no influyó en los resultados finales del peso. El diseño optimizado obtenido con la

dirección de viento a 0° para las dos combinaciones definidas resistió satisfactoriamente el estado de carga, al igual que las restantes direcciones de 60° y 90° posteriormente chequeadas.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Kaveh and A. Dadras, "Introduction," in *Metaheuristic Optimization Algorithms in Civil Engineering: New Applications* Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 1-7. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-45473-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-45473-9_1)
- [2] R. Eberhart and J. Kennedy, "A new optimizer using particle swarm theory," in *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, 1995, pp. 39-43. <https://doi.org/10.1109/MHS.1995.494215>
- [3] G.-C. Luh and C.-Y. Lin, "Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization," *Computers & Structures*, vol. 89, no. 23, pp. 2221-2232, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.08.013>
- [4] S. Gholizadeh, "Layout optimization of truss structures by hybridizing cellular automata and particle swarm optimization," *Computers & Structures*, vol. 125, pp. 86-99, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2013.04.024>
- [5] A. Kaveh, T. Bakhshpoori, and E. Afshari, "An efficient hybrid Particle Swarm and Swallow Swarm Optimization algorithm," *Computers & Structures*, vol. 143, pp. 40-59, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.07.012>
- [6] H. Cao *et al.*, "Enhanced particle swarm optimization for size and shape optimization of truss structures," *Engineering Optimization*, vol. 49, no. 11, pp. 1939-1956, 2017. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2016.1273912>
- [7] A. Kaveh and S. M. Javadi, "Shape and size optimization of trusses with multiple frequency constraints using harmony search and ray optimizer for enhancing the particle swarm optimization algorithm," *Acta Mechanica*, vol. 225, no. 6, pp. 1595-1605, 2014. <https://doi.org/10.1007/s00707-013-1006-z>
- [8] A. Nickabadi, M. M. Ebadzadeh, and R. Safabakhsh, "A novel particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weight," *Applied Soft Computing*, vol. 11, no. 4, pp. 3658-3670, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.01.037>
- [9] I. N. Tsipstsis *et al.*, "Structural optimization employing isogeometric tools in Particle Swarm Optimizer," *Journal of Building Engineering*, vol. 24, p. 100761, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2019.100761>
- [10] *ANSI/AISC 360-16 Specification for Structural Steel Buildings*, 2016.
- [11] N. Gutiérrez, "Algoritmos genéticos aplicados al diseño estructural de armaduras en tres dimensiones," Disertación de Doctorado, Dpto. de Ingeniería, U. Autónoma de Querétaro, Ciudad universitaria Querétaro, México, 2010. <https://www.researchgate.net/publication/263692067>
- [12] *NC 450 : 2006 Edificaciones-Factores de Carga o Ponderación-Combinaciones*, 2006.
- [13] *UNE-EN 10056-1. Angulares de lados iguales y desiguales de acero estructural* 2017.
- [14] Y. Shi and R. Eberhart, "A modified particle swarm optimizer," in *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*, 1998, pp. 69-73. <https://doi.org/10.1109/ICEC.1998.699146>
- [15] M. Sonmez, "Performance Comparison of Metaheuristic Algorithms for the Optimal Design of Space Trusses," *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 43, no. 10, pp. 5265-5281, 2018. <https://doi.org/10.1007/s13369-018-3080-y>
- [16] S. Cheng *et al.*, "A quarter century of particle swarm optimization," *Complex & Intelligent Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 227-239, 2018. <https://doi.org/10.1007/s40747-018-0071-2>
- [17] Matlab, MathWorks, Ed., R2015a ed. Natick, MA, USA, 2019.
- [18] N. Guo *et al.*, "Dynamic model updating based on strain mode shape and natural frequency using hybrid pattern search technique," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 422, pp. 112-130, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.02.013>