

# Diseño De Rutas De Transporte Público Por Modelación Matemática En La Ciudad De Machala, Ecuador

## Design Of Public Transportation Routes By Mathematical Modeling In The City Of Machala, Ecuador

### Autores

**Jean Leonardo Ordóñez Oviedo<sup>1</sup>, Yudy Patricia Medina Sánchez<sup>2</sup>, Ariana Solange Condoy Armijos<sup>3</sup>, Carlos Eugenio Sánchez Mendieta<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Universidad Técnica de Machala, Machala, [jordonez15@utmachala.edu.ec](mailto:jordonez15@utmachala.edu.ec)

<sup>2</sup> Ingeniero Civil, Universidad Técnica de Machala, Machala, [ymedina@utmachala.edu.ec](mailto:ymedina@utmachala.edu.ec)

<sup>3</sup> Ingeniero Civil, Universidad Técnica de Machala, Machala, [acondoy4@utmachala.edu.ec](mailto:acondoy4@utmachala.edu.ec)

<sup>4</sup> Ingeniero Civil, Universidad Técnica de Machala, Machala, [csanchez@utmachala.edu.ec](mailto:csanchez@utmachala.edu.ec)

### RESUMEN

El trabajo de investigación realizado, se enfoca en el uso de herramientas matemáticas para el cálculo de rutas óptimas. Partiendo del uso de los diagramas de Voronoi para la visualización de las zonas de cobertura de los centros educativos, mercados municipales y la ruta de transporte público analizada. Posteriormente toma lugar la aplicación del algoritmo de Floyd Warshall, con los nodos ubicados en la zona de cobertura del recorrido original de la línea de bus seleccionada. El trabajo también cuenta con las matrices de pesos ponderados (distancias entre nodos) y de recorridos resultantes de las iteraciones realizadas para obtenerlas. Adicionalmente, se especifica como ensamblar la matriz de pesos ponderados y recorridos inicial, así como también, una observación acerca de cómo interpretar los resultados obtenidos cuando los grafos no presentan una naturaleza circular, es decir, su nodo inicial y final no se conectan de ninguna manera, evento que ocurrió en el desarrollo de la presente investigación. Con los resultados obtenidos se concluyó que se redujo en un 30% aproximadamente, la distancia de recorrido de la ruta estudiada.

**Palabras claves:** rutas óptimas, transporte público, diagramas de Voronoi, algoritmo de Floyd Warshall.

### ABSTRACT

The research work carried out focuses on the use of mathematical tools for the calculation of optimal routes. Starting with the use of voronoi diagrams to visualize the coverage zones of urban facilities and the public transport route analyzed. Subsequently, the application of the floyd warshall algorithm takes place, with the nodes located in the coverage area of the original route of the selected bus line. The work also includes the matrices of weighted weights (distances between nodes) and of routes resulting from the iterations carried out to obtain them. Additionally, it specifies how to assemble the matrix of weighted weights and initial paths, as well as an observation on how to interpret the results obtained when the graphs do not present a circular nature, i.e., Their initial and final nodes are not connected in any way, an event that occurred in the development of this research. With the results obtained, it was concluded that the travel distance of the studied route was reduced by approximately 30%.

**Keywords:** optimal paths, public transport, voronoi diagrams, floyd warshall algorithm

Nota Editorial: Recibido: Febrero 2024 Aceptado: Marzo 2024

# 1. INTRODUCCIÓN

La movilidad urbana es uno de los rubros que experimenta una mayor expansión progresiva por lo que se debe disponer de un sistema de transporte público que priorice y facilite el acceso de las personas a los equipamientos urbanos. Para lograrlo, hace falta proponer un diseño del recorrido de las líneas de transporte público desde un punto de vista cuantitativo, el cual involucre la distancia y el tiempo de recorrido como principales variables [1] [2] [3]. Además, cabe destacar que las distancias que existen entre la vivienda del habitante y el equipamiento deportivo, educativo, cultural y de salud deben ser prioridad para el diseño [4]. También, es sustancial tomar en cuenta que la disposición de las vías en una ciudad es irregular en la mayoría de los casos, lo que contribuye a una movilidad desordenada por la misma [5].

Este problema no es aislado, debido a que, el mismo se presenta en diversas partes del mundo. Por ejemplo, en Toluca, México, el servicio de transporte público presenta deficiencias estructurales de organización en los niveles estratégico y táctico, y en consecuencia operativo; provocando así una falta de integración de los servicios entre la zona metropolitana y la zona conurbada de la ciudad, parque vehicular excesivo, forma de conducción inadecuada, entre otros [6]. Por otro lado, en Chile, en la ciudad de Los Ángeles, se aborda la problemática del servicio de transporte público en la relación existente entre la distancia de los hogares con los espacios donde se realizan actividades económicas y/o sociales, y los niveles de pobreza [7]. De manera local en la ciudad de Quevedo, Ecuador el parque automotor ha ido en aumento, provocando congestión vehicular, por lo que un óptimo servicio de transporte público se presenta como una solución a este problema [8].

Un territorio visible, accesible y con marcado carácter de centralidad, al cual se le asigna un uso irrestricto y cotidiano a la ciudad es lo que se define como espacio público [9]. Esto ayuda al diseño de las rutas de los autobuses, para los cuales se tienen en cuenta dos criterios: el primero es la distancia recta o euclidiana, la cual implica asumir un modelo de espacio continuo (isotrópico) y el segundo es la distancia rectangular o de Manhattan, misma que tras disponer de las coordenadas para el punto de origen y llegada, es propicia para ser usada en configuraciones de los callejones urbanos de tipo cuadrículado [10]. Para el diseño es importante considerar la accesibilidad, misma que es entendida como la potencialidad de un entorno que permite la interacción entre el individuo y la actividad que quiera realizar, cuyo desplazamiento hacia las mismas debe ser digno, oportuno, confiable y económico [11], [12].

Conjuntamente con lo mencionado acerca de la accesibilidad del individuo, es importante entender el concepto de sociedad hipertextual, el cual quiere decir que las personas existen en distintos campos sociales y por consiguiente estos se asocian con los equipamientos urbanos. Estos son considerados como puntos de interés, mismos que deben tener un nivel de accesibilidad congruente con la comodidad del individuo, que se traduce en distancias que oscilan entre 0 y 400 metros para caminatas de cinco minutos [13], [14], [15]. En ciudades monocéntricas supone un problema, por alta concentración de personas en el centroide de la misma, dado que la dotación de equipamientos que se encuentran alrededor del mismo centroide [16], [17].

Para el caso de la ciudad de Machala, provincia de El Oro, Ecuador, la accesibilidad a los centros educativos y mercados municipales constituye un problema de desigualdad, debido al nivel de accesibilidad que poseen algunos sectores de la ciudad sumado a que aproximadamente un 15% de la infraestructura destinada al transporte público no se encuentra en óptimas condiciones y se evidencia que las paradas existentes se encuentran en las zonas regeneradas de la ciudad [18], [19].

A lo recientemente mencionado, hay que añadir que, para mejorar el servicio de transporte público se debe tomar en cuenta que el mismo es manejado por entidades privadas [20]; por lo tanto, el punto de vista económico es importante para proponer un cambio de ruta a una línea del transporte público. Por tal motivo, el uso de un algoritmo adecuado para la optimización de una o varias rutas, es imperativo para el mejoramiento del servicio [21]. En vista de eso, a continuación, se presenta un análisis comparativo de las metodologías analizadas, en la tabla 1.

**Tabla 1: Análisis comparativo de metodologías para el diseño de rutas óptimas.**

Autores	Conocimiento	Métodos	Conclusiones	Referencias bibliográficas
Campos Vásquez Neicer, Cueva Clemente Carlos, Bautista Zuñiga Lucia Maribel, Sotomayor Burga Juan Luis	Determinar los distintos métodos algorítmicos que fueron aplicados para la optimización de las rutas del sistema del transporte urbano en distintas ciudades de Perú	Algoritmo genético (DIJKSTRA), algoritmo por enjambre de partículas PSO, algoritmo de colonia de hormigas ACO y algoritmo TABÚ SEARCH (TS)	Un algoritmo genético ofrece un panorama eficiente de la línea de transporte, pero dificulta definir la eficiencia entre las líneas y barrios. En cuanto al algoritmo tabú y pso el primero logró una mejor optimización en tiempo. El algoritmo de colonia de hormigas no se recomienda aplicarlo ya que no se concentra en el sistema de transporte en general, sino que en un solo sector.	[21]
Flavio Astolpho Vieira Souto Rezende, Renan M. Varnier Almeida, Flavio F. Nobre	El artículo utiliza los diagramas de voronoi para la definición de áreas de captación de las unidades sanitarias en río de janeiro	Diagramas de VORONOI clásico, diagrama de VORONOI ponderado	Una de las ventajas de aplicar los diagramas de voronoi a la definición de áreas de cobertura de las unidades de salud es la accesibilidad de los datos para su cálculo. También permite una división geográfica de la salud que no utilice criterios geopolíticos o empíricos.	[22]
Ana María Dos Santos Carnasciali, Luciene Stamato Delazari, Daniel Rodrigues Dos Santos	El estudio destaca el uso de diagramas de voronoi ordinario y de potencia para determinar áreas de cobertura que se aproximen más a la realidad topográfica de las ciudades.	Diagramas de VORONOI ordinario, diagramas de VORONOI de potencia.	Cuanto más se aproximen las zonas de cobertura a la realidad topográfica de las ciudades, mejores serán las respuestas obtenidas mediante los análisis espaciales. De este modo se pueden evitar conclusiones erróneas, ayudando de la toma decisiones sobre la ampliación o reducción de una red de servicios.	[23]
Iván Omar Cruz Ruiz, Pedro Lara Velázquez, Sergio G. De Los Cobos Silva, Eric A. Rincón García, Román A. Mora Gutiérrez, Miguel A. Gutiérrez Andrade	La investigación presenta un nuevo método para resolver laberintos cuadrados usando una versión aleatorizada de búsqueda a profundidad.	Algoritmo de DIJKSTRA, algoritmo de búsqueda profunda aleatorizada	El algoritmo de búsqueda profunda es un método muy eficiente para la solución de laberintos, observando los tiempos de ejecución, sin importar los métodos de generación de laberintos utilizado.	[24]
Restrepo Pedro Luis Ángel, Marín Sepulveda Luis Fernando	El artículo presenta un método basado en técnicas formales que permite determinar las rutas óptimas en un sistema vial	Algoritmo de FLOYD-WARSHALL	Se obtiene la secuencia de segmentos de recorridos mínimos entre la totalidad de los nodos en un grafo. En un modelo en grafos de un sistema vial permite encontrar las rutas óptimas y el valor de su recorrido entre los puntos de referencia.	[25]

## 1.1. Alcances Y Objetivos

Al aumentar el número de habitantes, y por ende el número de zonas urbanas, es inevitable que la demanda del servicio de transporte público aumente, tanto en número como en la necesidad de prestación de un servicio de buena calidad. Sin embargo, el servicio de transporte público no ha ido a la par de las necesidades de la población machaleña, teniendo como consecuencia que los habitantes no reciben un servicio eficiente. En consecuencia, se propone diseñar un modelo de recorrido de ruta de transporte público urbano, empleando un algoritmo de cálculo de ruta óptima, para el mejoramiento del servicio de la ciudad de Machala.

## 2. METODOLOGÍA

La metodología empleada enmarca dos tipos de investigación: bibliográfico y descriptivo. El enfoque bibliográfico, está sustentado en el análisis de contenido mediante la revisión bibliográfica de revistas, artículos, tesis de posgrado, tesis doctorales referentes a la aplicación de los diagramas de Voronoi y el algoritmo de Floyd-Warshall. El enfoque descriptivo permitirá un análisis de los datos obtenidos en referencia a la condición actual del servicio de transporte público y su posible mejoramiento, a través, de una herramienta matemática de optimización.

**Tabla 2:** Proceso Metodológico

Proceso	Descripción	Instrumento	Resultado	Referencias
Análisis de la accesibilidad de los centros educativos y mercados municipales en el área de estudio	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis de los Diagramas de Voronoi de los centros educativos públicos.</li> <li>Análisis de los Diagramas de Voronoi de los mercados municipales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Software ArcMap 10.5</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mapa de cobertura de la ruta con referencia a los centros educativos</li> <li>Mapa de cobertura de la ruta con referencia a los mercados municipales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>[23]</li> <li>[24]</li> </ul>
Análisis del algoritmo para calcular la ruta óptima.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis de puntos de referencia del recorrido.</li> <li>Análisis de sentidos del recorrido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Software ArcMap 10.5</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mapa de distribución de nodos en la zona de estudio.</li> <li>Modelo en grafos de la zona de estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>[25]</li> <li>[26]</li> <li>[22]</li> </ul>
Propuesta de Ruta Óptima	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplicación del algoritmo de Floyd-Warshall para obtención de la ruta óptima.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Software Microsoft Excel</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mapa de la ruta optimizada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>[25]</li> </ul>

La descripción de este proceso contempla un análisis de la cobertura de los mercados municipales y centros educativos. Con la información recopilada del portal de la Empresa de Movilidad de Machala, se empleó el software ArcMap 10.5 para modelar una ruta actual y ubicar los centros educativos y mercados municipales de interés. Esto permitirá el trazo del grafo donde se encuentran los nodos y sentidos con sus respectivas distancias. Con ello se aplicará el algoritmo de Floyd-Warshall para encontrar la ruta más corta entre el inicio y final del recorrido original, destacando que para dicho cálculo solo se necesita el trazo de dicha ruta como referencia. Este método se caracteriza por emplear una matriz que se ajusta a tres criterios:

$$A_p \begin{cases} 0 & \text{si } i = j \\ P(v_i, v_j) & \text{si } i \neq j \text{ y } (v_i, v_j) \in A \\ \infty & \text{si } i \neq j \text{ y } (v_i, v_j) \notin A \end{cases} \quad (1)$$

Donde:

$A_p$  = Matriz de pesos ponderados

$i$  y  $j$  = Posición de pesos ponderados

$P(v_i, v_j)$  = Peso referente a la conexión de dos nodos adyacentes

$(v_i, v_j)$  = Conexión entre dos nodos adyacentes

Para la elaboración de los Diagramas de Voronoi se tomaron en cuenta los centros educativos y mercados municipales como ejes. De manera manual el trazo de estos diagramas se realiza dibujando una línea recta perpendicular a la línea recta formada por la unión de dos ejes, este proceso se repite para todos los pares de ejes existentes en el plano. Las intersecciones entre las líneas perpendiculares trazadas se eliminan, generando así una superficie de aportación de cada eje. Sin embargo, en el presente trabajo de investigación se utilizó el software ArcMap 10.5, el cual solo necesita que se definan los ejes para los cuales se desea conocer su diagrama y el mismo realizará los trazos automáticamente.

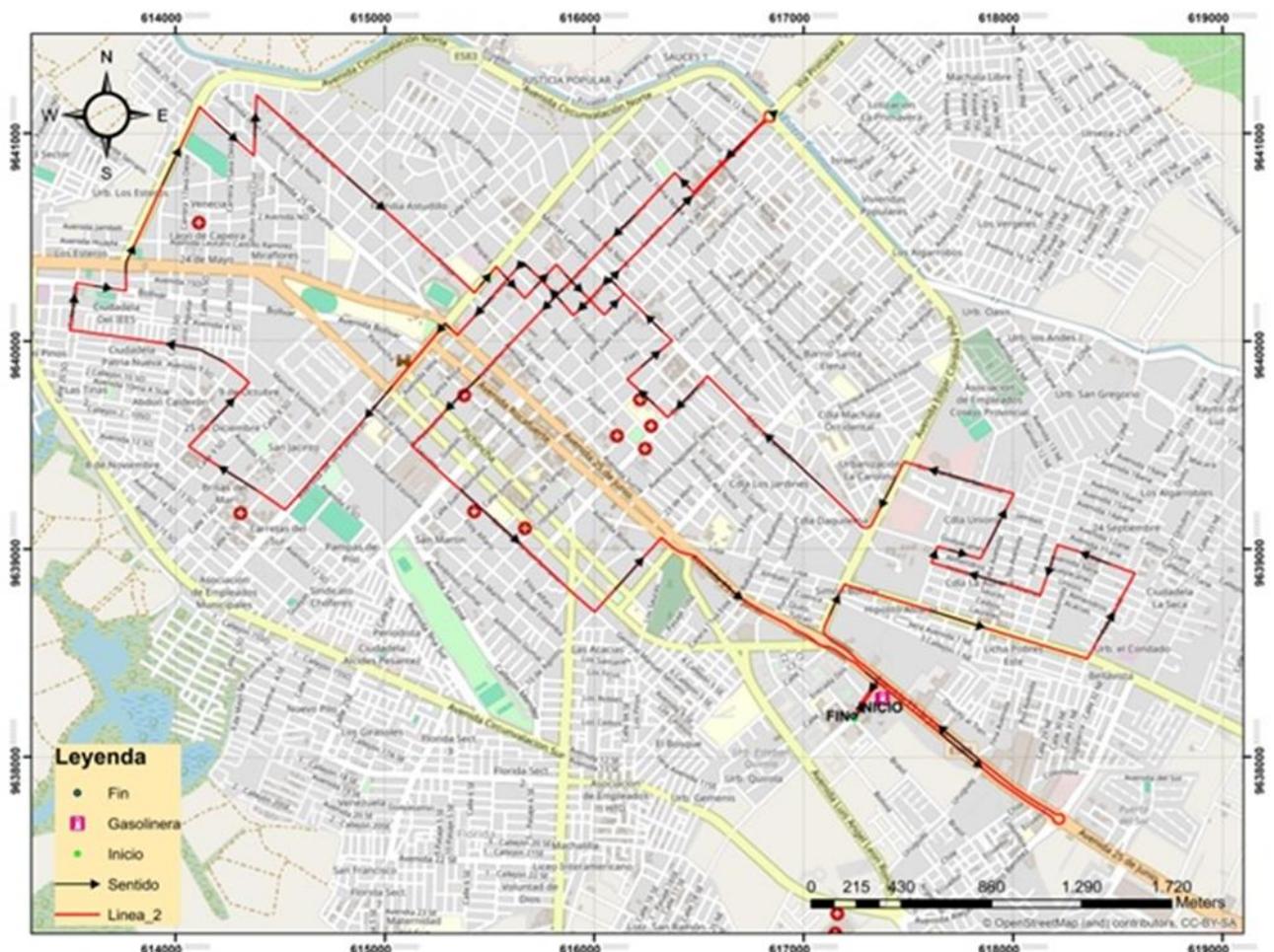
Para la aplicación del algoritmo de Floyd-Warshall se deben tomar en cuenta los nodos y las distancias que conectan estos nodos. Los nodos utilizados se ubicaron, en su mayoría, en los cruces cada dos manzanas y las distancias se obtuvieron a partir del software ArcMap 10.5. Con estos datos se puede ensamblar la matriz de pesos y recorridos. En el encabezado horizontal y lateral de la misma se ubica la denominación de los nodos, la que puede ser: numérica, alfabética, o alfanumérica. Para la matriz de pesos se colocan las distancias que conectan los nodos del encabezado lateral con cada uno de los nodos del encabezado horizontal. En cambio, para la matriz de recorridos se copia la denominación de los nodos del encabezado horizontal en cada una de las filas de la matriz; a partir de ello se realizan las iteraciones aritméticas correspondientes al algoritmo. Es oportuno mencionar que el número de iteraciones es igual a la cantidad de nodos existentes.

## 2.1. Caso De Estudio

Para el caso de estudio, el universo comprendió las calles urbanas de la ciudad de Machala, donde la población corresponde a las rutas de transporte público urbano, las cuales según la Empresa de Movilidad de Machala cuenta con veinte líneas que cubren diferentes sectores de la ciudad. Para la selección de la muestra, se aplicó el método de sistemático, donde se seleccionó a la “Línea 2”, que cuenta con una distancia de recorrido de 25336.49 metros. Además, se define el punto inicial y final del recorrido, cuya referencia es la Gasolinera Terpel, tal como se muestra en la figura 1.

## 3. RESULTADOS

Se consideraron a los centros educativos y mercados municipales como ejes para la elaboración de los diagramas de Voronoi, dado que satisfacen dos de los servicios básicos más importantes para los habitantes de una ciudad; educación y abastecimiento (alimento, vestimenta, etc.) y además son instituciones públicas. Con la investigación bibliográfica realizada, se sustentó la propuesta metodológica descrita en la tabla 1, la cual engloba los procesos y análisis utilizados por los autores mencionados en la tabla 2. Se tomará como caso de estudio la ruta de la Línea 2 de la Ciudad de Machala, la que se puede apreciar en la figura 1.

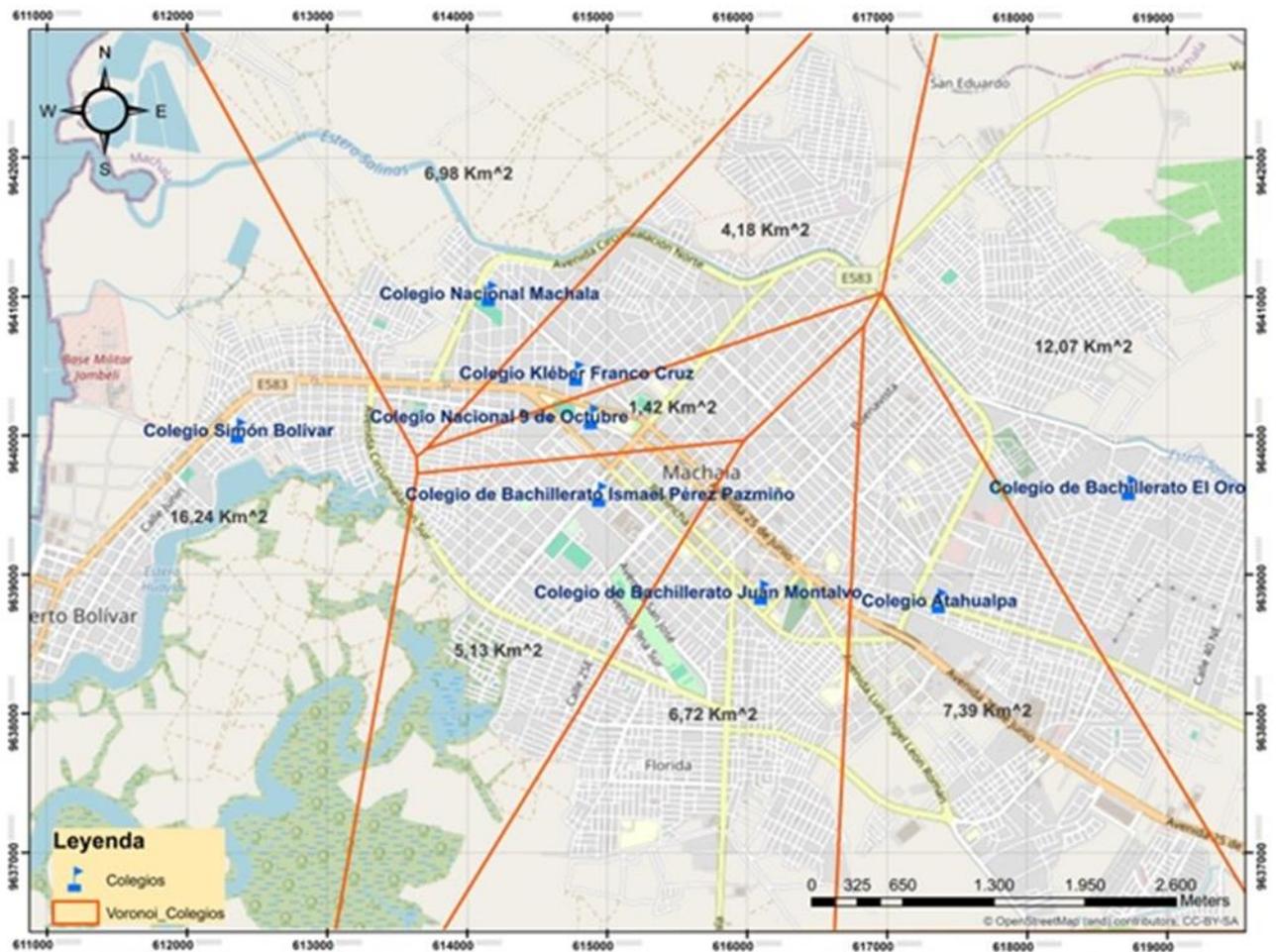


**Figure 1:** Recorrido de la Línea 2 en la ciudad de Machala.

## 3.1. Análisis De La Accesibilidad De Los Centros Educativos Y Mercados Municipales En El Área De Estudio.

### 3.1.1. Análisis De Los Diagramas De Voronoi De Los Centros Educativos Públicos.

Se realizaron los diagramas de Voronoi con referencia a los principales centros educativos públicos de la ciudad de Machala. Seguido a esto se trazó la ruta original de la "Línea 2" y se observan las áreas que cubriría, conjuntamente con los equipamientos a los que daba acceso a la población, tal como se puede apreciar en la figura 2. Las áreas de cobertura resultantes se encuentran tabuladas en la tabla 3. Estas áreas muestran desde un punto de vista geométrico qué zonas de la ciudad, tanto los centros educativos como los mercados municipales, tienen acceso directo a estos; es decir, que en su recorrido no encontrarán otra institución de la misma categoría. Cabe destacar que las áreas se obtuvieron a través del software ArcMap 10.5.



**Figura 2:** Diagrama de cobertura con referencia a centros educativos.

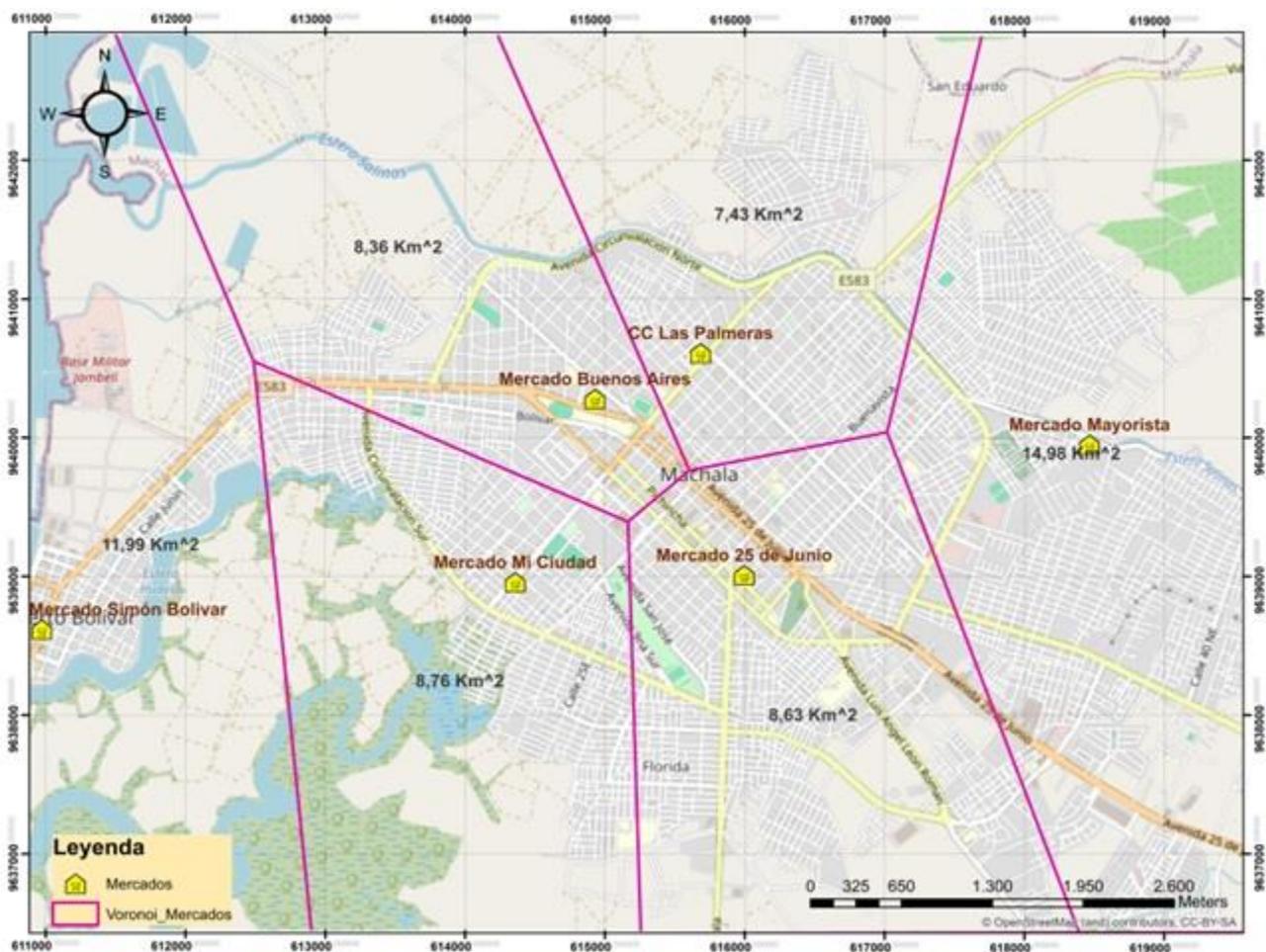
**Tabla 3:** Áreas de cobertura de los centros educativos de la ciudad de Machala.

Institución	Área de cobertura (km <sup>2</sup> )
Colegio Nacional 9 de octubre	1.42
Colegio Kléber Franco Cruz	4.18
Colegio de Bachillerato Ismael Pérez Pazmiño	5.13
Colegio de Bachillerato Juan Montalvo	6.72
Colegio Nacional Machala	6.98
Colegio Atahualpa	7.39
Colegio de Bachillerato El Oro	12.07
Colegio Simón Bolívar	16.24

Con los resultados descritos en la tabla 3 se puede observar que el centro educativo “Colegio Simón Bolívar” es el que presenta una mayor área de cobertura; sin embargo, como se muestra en la figura 2, la mayoría de dicha superficie no es una zona urbanizada lo que significa que una menor cantidad de estudiantes debe ser movilizadada hacia ese centro educativo. Por otro lado, el “Colegio de Bachillerato Montalvo”, si bien su área de cobertura es menor en comparación a la institución anterior, se puede observar que casi la totalidad de dicha área es zona urbana; por ende, una mayor cantidad de estudiantes necesita ser movilizadada a esta institución educativa.

### 3.1.2. Análisis De Los Diagramas De Voronoi De Los Centros Educativos Públicos.

Se realizaron los Diagramas de Voronoi con referencia a los mercados municipales de la ciudad de Machala. Seguido a esto se trazó la ruta original de la “Línea 2” y se observaron las áreas que cubría, conjuntamente con los equipamientos a los que daba acceso a la población, tal como se puede apreciar en la figura 3. Las áreas de cobertura resultantes se encuentran tabuladas en la tabla 4.



**Figura 3:** Diagrama de cobertura con referencia a los mercados municipales

**Tabla 4:** Áreas de cobertura de los mercados municipales de la ciudad de Machala

Institución	Área de cobertura (km²)
CC Las Palmeras	7.43
Mercado Buenos Aires	8.36
Mercado 25 de junio	8.63
Mercado Mi Ciudad	8.76
Mercado Simón Bolívar	11.99
Mercado Mayorista	14.98

Con los datos descritos en la tabla 4, se observa que los mercados situados en la zona céntrica de la ciudad poseen áreas de cobertura similares, lo que significaría que están mejor distribuidos. La figura 3 ayuda a comprender mejor, que ocurre un fenómeno similar al que ocurrió en el análisis de los centros educativos; existiendo mercados cuyas áreas poseen más zonas deshabitadas que habitadas, por lo tanto, estos abastecerían a una menor cantidad de familias, como es el caso del mercado “Mi ciudad” y “Simón Bolívar”.

A diferencia de otros, como el mercado “Mayorista” y “25 de junio” que si poseen zonas habitadas casi en su totalidad, entonces abastecerían a más familias.

## 3.2. Análisis Del Algoritmo Para Calcular La Ruta Óptima

### 3.2.1. Análisis De Puntos De Referencia Del Recorrido.

Para la elección de los nodos del diagrama, los cuales son necesarios para el ensamblaje de la matriz de pesos y recorridos y con ello realizar los cálculos debidos, queda a criterio del diseñador la ubicación de los mismos; sin embargo, se recomienda fundamentar dicha ubicación con métodos técnicos. Para este caso se tomará de guía el recorrido existente, el cual será optimizado con la aplicación del algoritmo de Floyd-Warshall para el cálculo de ruta óptima. La distribución de estos nodos en el área de estudio se observa en la figura 4.

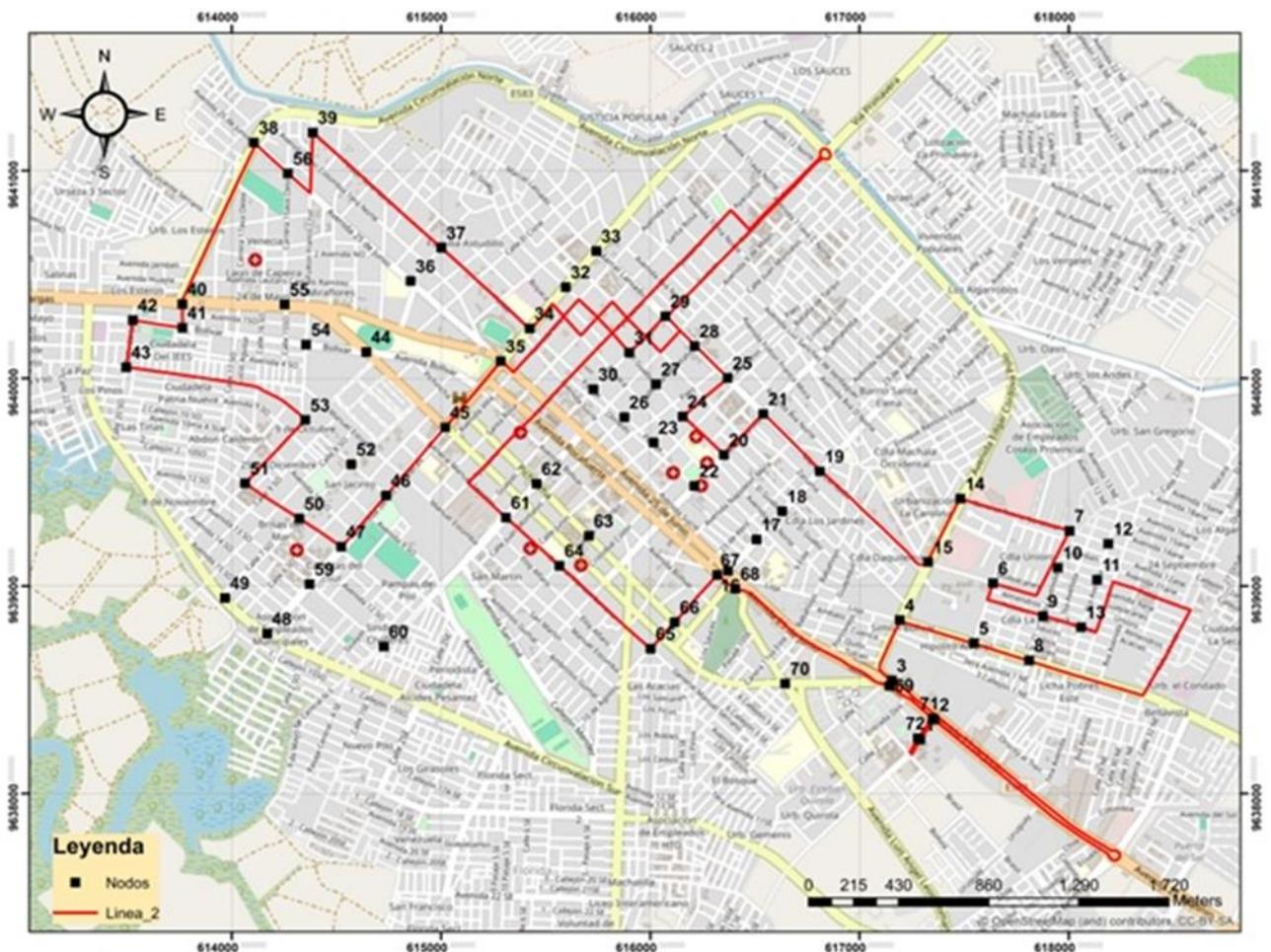
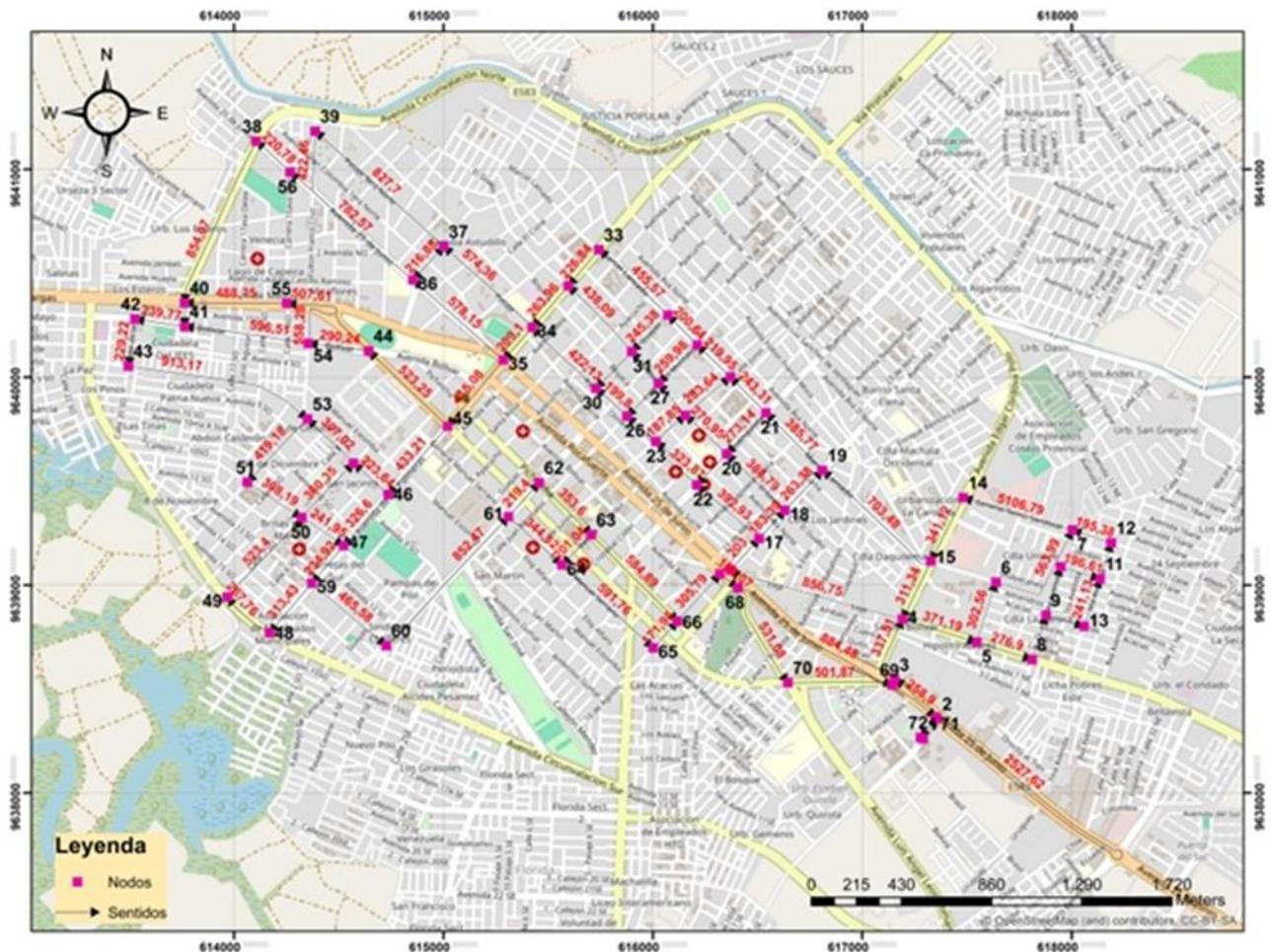


Figura 4: Distribución de nodos

### 3.2.2. Análisis De Sentidos Del Recorrido.

En esta etapa se conectan los nodos tomando el inicio y el final del recorrido por cada par de nodos. Dichas conexiones coinciden con el sentido ya establecido en la vía de análisis. En la figura 5 se observa el grafo o diagrama resultante de realizar todas las debidas conexiones y distancias.



**Figure 5:** Conexión de nodos y distancias respectivas

### 3.3.Propuesta De Ruta Óptima.

#### 3.3.1. Aplicación Del Algoritmo De Floyd-warshall Para Obtención De La Ruta Óptima..

Para el cálculo de la ruta óptima se aplicó el algoritmo de Floyd Warshall, el cual consiste en la elaboración de una matriz, denominada matriz de pesos ponderados, que contiene las distancias entre nodos considerando el sentido de recorrido de cada uno de ellos. Debido a que existen un gran número de nodos, exactamente 72, se optó por dividir al diagrama en seis circuitos, los cuales están descritos en la tabla 5, lo que facilita el cálculo y manejo de resultados.

Cabe destacar que los datos expuestos en la tabla 5 comprenden la totalidad de la ruta optimizada, de la misma se puede realizar una suma en la columna de distancias la cual resulta en 17749,97 metros.

**Tabla 5:** Descripción de recorridos por cada circuito

Circuito	Nodo Inicial	Nodo Final	Distancia (m)	Recorrido
1	1	15	5016,81	1-2-3-4-5-6-7-14-15
2	15	20	1362,66	15-19-21-20
3	20	34	1921,55	20-24-25-28-29-33-34
4	34	41	2758,59	34-35-36-56-38-40-41
5	41	59	2586,4	41-42-43-53-51-50-47-59
6	59	72	4103,96	59-60-61-64-65-66-67-68-69-71-72

La columna de "Recorrido" muestra cuales son los nodos por los que pasa la ruta optimizada, considerando la división en circuitos que se realizó en un principio. A continuación, la figura 6 muestra la ruta óptima calculada. En términos de tiempo, según la Ley Orgánica de Transporte Terrestre Tránsito y Seguridad Vial en el Art. 214S la velocidad permitida en espacios públicos no debe exceder 30 km/h, por lo tanto, al tomar este valor como velocidad media, se puede estimar que el tiempo de recorrido para el viaje original es de aproximadamente 51 minutos; luego de la aplicación del algoritmo se reduce a 35 minutos.

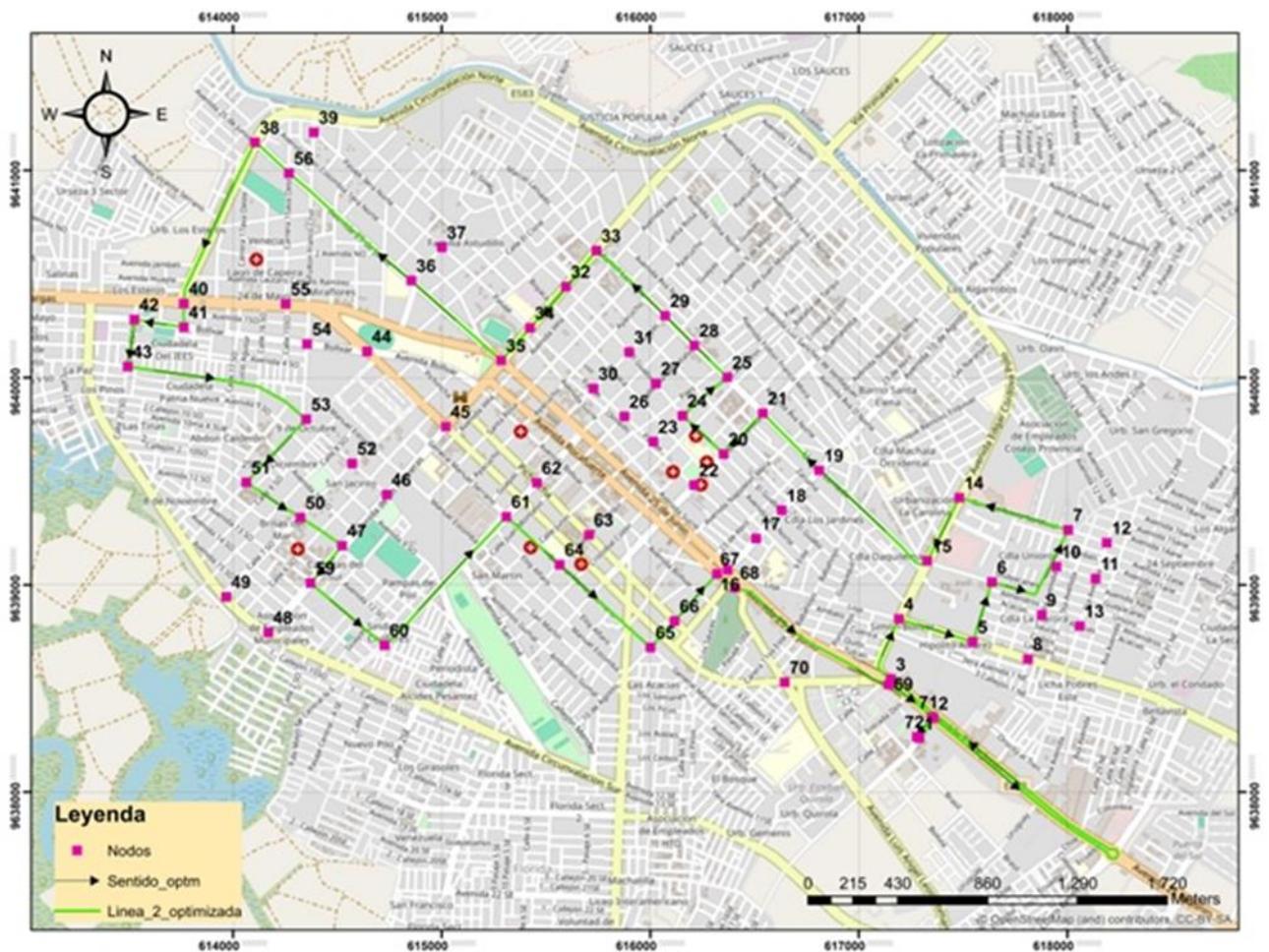


Figura 6: Ruta optimizada a través del algoritmo de Floyd-Warshall

## 4. DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos sugieren que aplicar el algoritmo de Floyd-Warshall puede reducir significativamente la distancia y el tiempo de recorrido de una línea de transporte público, convirtiéndolo en una herramienta crucial para el diseño de sistemas de transporte público óptimos. Sin embargo, en el presente trabajo, se decidió dividir a todo el grafo que conectaba los 72 puntos en 6 circuitos con la finalidad de volver más cómodos los cálculos a realizar. Esto conlleva a considerar que se generarán 4 tipos de grafos: circular cerrado, es decir que el inicio y el final del grafo están conectados por al menos un camino; circular de inicio abierto, donde el fin del grafo tiene conexión con los demás nodos, pero no se puede volver a conectar con el inicio por ningún camino; circular de fin abierto, similar al anterior no puede conectarse con el inicio del grafo pero este punto inicial si tiene conexión con los demás nodos y, finalmente, el de inicio y fin abierto, el cual se refiere a que el recorrido inicio a fin solo tiene un solo sentido.

Es importante destacar estos eventos, ya que los casos de inicio abierto y fin abierto se presentaron en la aplicación del algoritmo en los circuitos generados. Por ende, condiciona la lectura de resultados en la matriz final de cada circuito, es decir, las distancias y los nodos de la ruta optimizada estarán dispuestos de forma horizontal en la matriz. Esto es diferente cuando ocurre el caso ideal, el cual es el grafo circular cerrado, donde los resultados están dispuestos en la columna del nodo al cual se quiere llegar.

## 5. CONCLUSIONES

Con la investigación bibliográfica realizada se encontraron diversos algoritmos que permiten conocer la ruta óptima entre puntos dados. Consecuentemente, el algoritmo elegido para realizar dicho cálculo fue el de Floyd-Warshall, ya que operacionalmente es más sencillo de utilizar, ofrece las distancias que se deben recorrer entre puntos y los puntos por los cuales se conecta dicho recorrido.

Se diseñó la ruta de transporte público optimizada para el caso de estudio, Línea 2, utilizando los diagramas de Voronoi para visualizar las áreas de incidencia de los centros educativos y mercados municipales seleccionados. Con esto fue posible realizar la distribución de nodos, los cuales se ubicaron dentro de las áreas de incidencia para optimizar la ruta original de esta línea. Luego de la aplicación de las herramientas matemáticas descritas en este trabajo, la distancia de recorrido de la Línea 2 se redujo a 17749,97 metros, lo que significa una disminución del 29,94% respecto al recorrido original sin perder conexión con los principales equipamientos urbanos.

Es importante mencionar que este resultado se logró considerando una sola variable, la cual es la distancia de recorrido, y el uso de un algoritmo que usa un proceso aritmético; por lo tanto, se puede mejorar y afinar este resultado tomando en cuenta variables como: carriles exclusivos para autobuses, tiempo de detención por semáforos, tiempo de detención en paradas y estaciones para autobuses, volumen demográfico y la intención de viaje de las personas.

1. F. J. Rosas, P. L. Jiménez, y J. R. Calderón, "Movilidad y desarrollo urbano: una revisión de los factores estratégicos de su gobernanza y sostenibilidad", 2022, doi: <https://doi.org/10.20983/epd.2022.70>.
2. I. Navarro, P. Galilea, R. Hidalgo, y R. Hurtubia, "Transporte y su integración con el entorno urbano: ¿cómo incorporamos los beneficios de elementos urbanos en la evaluación de proyectos de transporte?", 2018, Consultado: el 24 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=19655175007>
3. D. Hernández y R. Witter, "ENTRE LA INGENIERÍA Y LA ANTROPOLOGÍA: HACIA UN SISTEMA DE INDICADORES INTEGRADO SOBRE TRANSPORTE PÚBLICO Y MOVILIDAD", *Revista Transporte y Territorio*, vol., núm. 4, pp. 29–46, 2011, Consultado: el 24 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=333027082003>
4. C. C. Seguel y G. A. Villarroel, "Acceso a equipamiento urbano y calidad de vida. Quilpué y Villa Alemana, Chile", *Bitácora Urbano Territorial*, vol. 30, núm. 3, pp. 263–275, sep. 2020, doi: <https://doi.org/10.15446/bitacora.v30n3.86844>.
5. P. F. Zapata Cabrera, "Modelo de planificación del transporte público urbano colectivo que permita mejorar la accesibilidad del usuario en la ciudad de Machala del cantón Machala, Provincia de El Oro", 2022, Consultado: el 20 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <http://repositorio.utmachala.edu.ec/handle/48000/19102>
6. Ó. Sánchez-Flores y J. Romero-Torres, "Factores de calidad del servicio en el transporte público de pasajeros: estudio de caso de la ciudad de Toluca, México", *Economía Sociedad y Territorio*, vol. 32, pp. 49–80, ene. 2010, doi: <https://doi.org/10.22136/EST002010152>.
7. H. Roa, C. Rojas, J. A. Carrasco, y A. Tudela, "MOVILIDAD URBANA E INDICADORES DE EXCLUSIÓN SOCIAL DEL SISTEMA DE TRANSPORTE: EVIDENCIA EN UNA CIUDAD INTERMEDIA CHILENA", *Revista Transporte y Territorio*, vol., núm. 8, pp. 45–64, 2013, Consultado: el 25 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=333027381004>
8. D. G. Hidrovo, E. K. Meza, y F. G. Romero, "Impacto ambiental del parque automotor del Cantón Quevedo", *Revista Caribeña de Ciencias Sociales*, oct. 2016, Consultado: el 25 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.eumed.net/rev/caribe/2016/10/automotor.html>
9. C. V. Velásquez M., "Espacio público y movilidad urbana. Sistemas Integrados de Transporte Masivo (SITM)", *TDX (Tesis Doctorals en Xarxa)*, nov. 2015, Consultado: el 19 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.tdx.cat/handle/10803/319707>
10. A. M. Jiménez, "Delimitación y predicción del área de mercado para establecimientos de servicios a los consumidores con sistemas de información geográfica", *Estud Geogr*, vol. 63, núm. 247, pp. 279–302, jun. 2002, doi: <https://doi.org/10.3989/EGEOGR.2002.1247.253>.
11. M. Jara y J. A. Carrasco, "Indicadores de Inclusión Social, Accesibilidad y Movilidad: Experiencias desde la Perspectiva del Sistema de Transporte | Estudios de Transporte", *Revista Estudios de Transporte*, vol. 14, pp. 18–25, may 2010, Consultado: el 26 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.estudiosdetransporte.org/sochitran/article/view/105>
12. G. A. Romero y D. R. Lugo-Morín, "El estado del arte de la movilidad del transporte en la vida urbana en ciudades latinoamericanas", *Revista Transporte y Territorio*, vol. 0, núm. 19, pp. 133–157, dic. 2018, doi: <https://doi.org/10.34096/RTT.119.5329>.
13. F. Ascher, "Ciudades con velocidad y movilidad múltiples: un desafío para los arquitectos, urbanistas y políticos", *ARQ (Santiago)*, núm. 60, pp. 11–19, jul. 2005, doi: <https://doi.org/10.4067/S0717-69962005006000002>.
14. J. S. Shah y B. Adhvaryu, "Public Transport Accessibility Levels for Ahmedabad, India", *J Public Trans*, vol. 19, núm. 3, p. 2, sep. 2016, doi: <http://doi.org/10.5038/2375-0901.19.3.2>.
15. M. Esquivel-Cuevas, O. A. Hernández-Mercado, y R. Garnica-Monroy, "Modelo de Accesibilidad Peatonal (MAP). Índice de Accesibilidad Peatonal a Escala Barrial", *Revista Bitácora Urbano Territorial*, vol. 23, núm. 2, pp. 21–30, 2013, Consultado: el 26 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=74830874004>

16. F. J. H. Gene y R. G. Berrocal, "Accesibilidad física de la población a servicios de salud pública en San Pelayo y Cereté, Córdoba, Colombia, año 2015", *Perspectiva Geográfica*, vol. 22, núm. 2, pp. 67–84, dic. 2017, doi: <https://doi.org/10.19053/01233769.7599>.
17. N. E. Cabrera Jara, D. A. Orellana Vintimilla, M. A. Hermida Palacios, y P. E. Osorio Guerrero, "Evaluando la sustentabilidad de la densificación urbana. Indicadores y su dimensión espacial en el caso de Cuenca (Ecuador)", *Bitácora Urbano Territorial*, vol. 25, núm. 2, p. 21, jul. 2016, doi: <https://doi.org/10.15446/bitacora.v2n25.49014>.
18. D. Hernández, "Activos y estructuras de oportunidades de movilidad. Una propuesta analítica para el estudio de la accesibilidad por transporte público, el bienestar y la equidad", *Revista EURE - Revista de Estudios Urbano Regionales*, vol. 38, núm. 115, sep. 2012, doi: <https://doi.org/10.4067/S0250-71612012000115000114>.
19. Y. P. Medina Sánchez, "Plan de control operacional de la transportación pública en la ciudad de Machala", 2016, Consultado: el 27 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <http://dspace.uazuay.edu.ec/handle/datos/6143>
20. A. S. Condo Armijos, "Metodología para la evaluación del transporte público colectivo que permita una movilidad urbana sostenible para ciudades de hasta 300.000 habitantes.", 2022, Consultado: el 27 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <http://repositorio.utmachala.edu.ec/handle/4800/19257>
21. N. Campos, C. C. Cueva, y L. M. Bautista, "Métodos Algorítmicos para la optimización de rutas en el Sistema del Transporte Urbano", en *The 1st LACCEI International Multi-Conference on Entrepreneurship, Innovation, and Regional Development: "Ideas to Overcome and Emerge from the Pandemic Crisis"*, Latin American and Caribbean Consortium of Engineering Institutions, ene. 2021. doi: <https://doi.org/10.18687/LEIRD2021.1.1.32>.
22. F. A. Rezende, R. M. Almeida, y F. F. Nobre, "Diagramas de Voronoi para a definição de áreas de abrangência de hospitais públicos no Município do Rio de Janeiro", *Cad Saude Publica*, vol. 16, núm. 2, pp. 467–475, 2000, doi: <https://doi.org/10.1590/S0102-311X2000000200017>.
23. A. M. dos S. Carnasciali, L. S. Delazari, y D. R. dos Santos, "Determinação de áreas de abrangência de agência bancária pelo diagrama de Voronoi com obstáculos", *Boletim de Ciências Geodésicas*, vol. 17, núm. 2, pp. 200–217, 2011, doi: <https://doi.org/10.1590/S1982-21702011000200003>.
24. I. O. Cruz-Ruiz, P. Lara-Velázquez, S. G. De-Los-Cobos-Silva, E. A. Rincón-García, R. A. Mora-Gutiérrez, y M. A. Gutiérrez-Andrade, "Un algoritmo estocástico para resolver laberintos", *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, vol. 26, núm. 2, pp. 319–338, ago. 2019, doi: <https://doi.org/10.15517/RMTA.V26I2.38322>.
25. P. Luis, A. Restrepo, L. Fernando, y M. Sepulveda, "Un método computacional para la obtención de rutas óptimas en sistemas viales", *Dyna (Medellin)*, vol. 78, núm. 167, pp. 112–121, 2011, Consultado: el 26 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49622358013>