

# Optimización De Torres Auto Soportadas Mediante Técnicas Heurísticas. Una Revisión De La Literatura

## Optimization Of Self Supported Towers By Means Of Heuristic Techniques. A Revision Of The Available Literature On The Topic

### Autores

**Adriana de la Caridad Fernández Castillo<sup>1</sup>, Javier Alejandro García Miranda<sup>2</sup>, Juan Carlos Verdecia Somoano<sup>3</sup>, Vivian Elena Parnás<sup>4</sup>, Patricia Martín Rodríguez<sup>5</sup>**

<sup>1</sup>Estudiante de Ingeniería Civil, Universidad de Matanzas, Carretera Matanzas-Varadero, km 3 1/2, Matanzas, Cuba. email: [adriana.fernandez@est.umcc.cu](mailto:adriana.fernandez@est.umcc.cu)

<sup>2</sup>Ingeniero Civil, Máster en Ciencias, Universidad de Matanzas, Carretera Matanzas-Varadero, km 3 1/2, Matanzas, Cuba. email: [javier.garcia@umcc.cu](mailto:javier.garcia@umcc.cu)

<sup>3</sup>Ingeniero Civil, Máster en Ciencias, Universidad de Matanzas, Carretera Matanzas-Varadero, km 3 1/2, Matanzas, Cuba. email: [juan.verdecia@umcc.cu](mailto:juan.verdecia@umcc.cu)

<sup>4</sup>Ingeniera Civil, Doctora en Ciencias, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría", Calle 114, # 11901, e/ Ciclovía y Rotonda, Marianao, La Habana, Cuba. email: [vivian@civil.cujae.edu.cu](mailto:vivian@civil.cujae.edu.cu)

<sup>5</sup>Ingeniera Civil, Doctora en Ciencias, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría", Calle 114, # 11901, e/ Ciclovía y Rotonda, Marianao, La Habana, Cuba. email: [patriciamr@civil.cujae.edu.cu](mailto:patriciamr@civil.cujae.edu.cu)

### RESUMEN

*Las torres de celosía auto soportadas de acero son de vital importancia en las telecomunicaciones, pues constituyen el soporte de antenas que transmiten señales tanto televisivas como para telefonía celular. El uso de las técnicas heurísticas ha fortalecido el campo de la optimización en diferentes ramas de la ingeniería, entre ellas la ingeniería civil relacionada con el diseño, el cual muestra un crecimiento progresivo en los últimos años. Este artículo presenta una revisión de los principales estudios realizados en los últimos 20 años sobre la optimización de torres de celosía mediante el empleo de técnicas heurísticas, con el fin de determinar las técnicas, los tipos de optimización y la función objetivo más empleadas. De la bibliografía consultada se concluye que la mayor parte de los autores aplican la técnica Algoritmos Genéticos, que ocupa un 35,71%. El 33,33% de los autores optimizan el tamaño y forma de las estructuras, que corresponde al mayor porcentaje de aplicación, aunque también es ampliamente utilizada la optimización de tamaño (29%) y la combinación de tamaño, forma y topología (29%). Finalmente, la mayoría de los autores (89,29%) optimizan el peso de las torres, de esta forma, si se garantiza el peso mínimo y se cumplen las restricciones geométricas y de resistencia de los miembros, se logra el costo mínimo de las estructuras.*

**Palabras claves:** optimización, técnicas heurísticas, torres de celosía, función objetivo, Algoritmos Genéticos.

### ABSTRACT

*Self-supporting steel lattice towers are of vital importance in telecommunications, as they are the support for antennas that transmit signals for both television and cell phones. The use of heuristic techniques has strengthened the field of optimization in different branches of engineering, including civil engineering related to design, which has shown progressive growth in recent years. This article presents a review of the main studies carried out in the last 20 years on the optimization of lattice towers through the use of heuristic techniques, in order to determine the techniques, types of optimization and the most used objective function. From the bibliography consulted, it is concluded that most of the authors apply the Genetic Algorithms technique, which occupies 35.71%. 33.33% of the authors optimize the size and shape of the structures, which corresponds to the highest percentage of application, although size optimization (29%) and the combination of size, shape and topology (29%) are also widely used. Finally, the vast majority of authors (89.29%) optimize the weight of the towers, in this way, if the minimum weight is guaranteed and the geometric and resistance restrictions of the members are met, the minimum cost of construction is achieved.*

**Keywords:** optimization, heuristic techniques, lattice towers, objective function, Genetic Algorithms

Nota Editorial: Recibido: Marzo 2022 Aceptado: Marzo 2022

# 1. Introducción

Las torres de celosía son estructuras de vital importancia para la sociedad y su demanda ha ido en ascenso debido al auge de las comunicaciones. Las torres de celosía constituyen un conjunto de elementos lineales entrelazados para formar una estructura que gane en altura y que sea resistente ante las acciones externas. Estas estructuras son muy sensibles a la carga de viento debido a su esbeltez, bajo amortiguamiento y rigidez ante una carga lateral.

La forma tradicional de abordar el diseño de estas estructuras es la denominada iterativa-intuitiva o de prueba y error, donde se comienza con un diseño generalmente basado en la experiencia del diseñador, o de diseños similares ya ejecutados, y se verifica que este cumpla con los criterios de resistencia. Si el diseño cumple con los criterios descritos, es aceptado, de lo contrario el diseñador modifica los parámetros hasta encontrar un diseño que a su juicio sea óptimo. El diseño resultante con el empleo de este método intuitivo, es una estructura resistente y muchas veces eficiente en cuanto a economía, pero no necesariamente la mejor. La optimización permite encontrar la o las soluciones factibles, que corresponden a valores extremos de una función. En el caso más simple, un problema de optimización consiste en maximizar o minimizar una función real mediante la elección de valores de entrada dentro de un conjunto y el procesamiento de los valores de la función. La optimización de torres de celosía consiste en el diseño de un sistema estructural que resista las demandas impuestas y asegure el mínimo costo posible, sin sacrificar seguridad, economía y funcionalidad.

Según Mortazavi [1] se pueden distinguir tres tipos de optimización estructural: optimización de tamaño, de forma y de topología. La optimización de tamaño se refiere a la optimización de las secciones transversales de los elementos, la misma se puede considerar tanto continua como discreta. Esta última es la más utilizada al acercarse más al diseño real, pues los perfiles utilizados en torres y armaduras están predefinidos en catálogos. En la optimización de forma, se investiga la forma general de la estructura mediante la modificación de la posición de los nodos, pero sin alterar su conectividad; la estructura final mantendrá su tipología con una distribución diferente de la posición de sus nodos. La optimización topológica modifica la conectividad de los nodos, la estructura resultante será la que mejor se adapte a las condiciones de carga. Es la optimización más completa pero muchas veces atenta con los criterios de simetría y de funcionalidad.

Los métodos de optimización pueden ser clasificados en dos grandes grupos: los métodos clásicos, que utilizan las derivadas de la función objetivo para resolver el problema de optimización y los que emplean procesos de búsqueda estocásticos y no calculan o simplemente no necesitan las derivadas de la función objetivo [2]. Al primer grupo pertenecen la programación matemática: lineal, no lineal y todas sus componentes. Al segundo grupo corresponden la optimización combinatoria, la computación evolutiva y otras técnicas heurísticas. Los métodos clásicos [2-5] se usaron eficientemente por mucho tiempo en el campo de la optimización, aunque presentan dificultades cuando el número de variables de decisión es muy grande, o incluso cuando el espacio de decisión es discreto, lo cual ocurre en la gran mayoría de los problemas de optimización [6]. Por otro lado, los métodos que pertenecen al segundo grupo descrito, no poseen dichas restricciones [7].

Las técnicas heurísticas, a diferencia de los métodos tradicionales, son capaces de localizar óptimos en espacios de búsquedas más grandes y no siguen métodos preestablecidos. Estas técnicas también pueden ser afectadas por decisiones subjetivas del diseñador o por la capacidad de procesamiento de las máquinas para el análisis. Este último es un factor determinante en definir la eficiencia de la aplicación o no de estas técnicas en la optimización de diferentes diseños estructurales. Existen cuatro grupos fundamentales de técnicas heurísticas. El primero agrupa a los Algoritmos Evolutivos: Algoritmos Genéticos, Estrategia Evolutiva, Aprendizaje Incremental Basado en la Probabilidad, Programación Genética y Optimizador Basado en Biogeografía. El segundo grupo consiste en algoritmos basados en fenómenos físicos y tiene como principal exponente la técnica de Recocido Simulado. El tercer grupo se compone de los algoritmos inspirados en métodos de aprendizaje de enjambres producto del comportamiento de animales que viven en grupos. Entre los más estudiados se encuentran: Enjambre de Partículas, Colonia de Hormigas y Búsqueda del Cuckoo. El último grupo de algoritmos comprende aquellos inspirados en el comportamiento de los seres humanos, que constituye el grupo más reciente de algoritmos. Entre los más destacados se encuentran: Optimización Basada en Enseñanza Aprendizaje, Búsqueda Armónica, Búsqueda Taboo y Optimizador de Búsqueda Grupal (Figura 1).

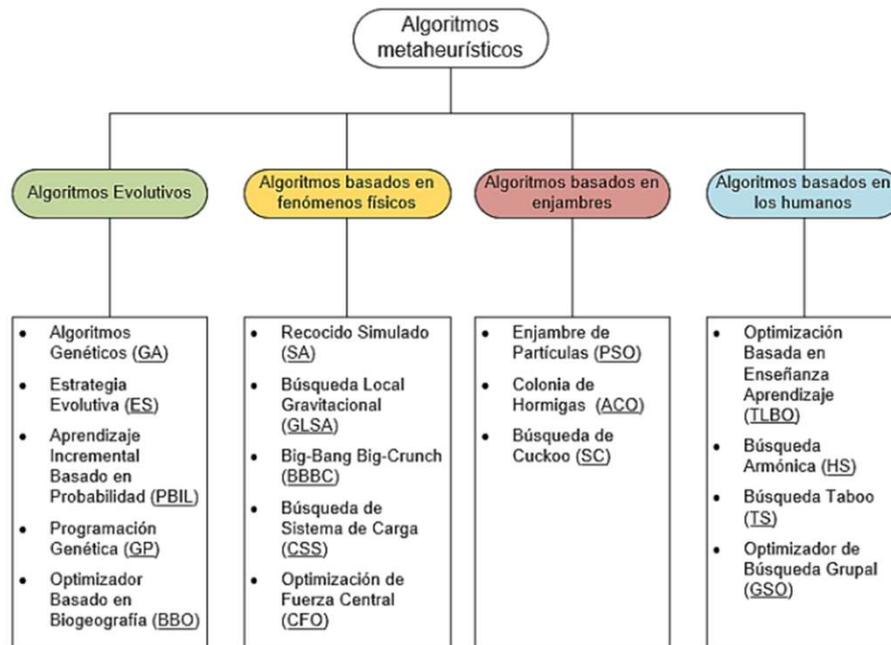


Figura 1: Clasificación de los algoritmos metaheurísticos [8].

El uso de las técnicas heurísticas ha fortalecido el campo de la optimización en diferentes escenarios sociales, que han tenido un crecimiento progresivo con el paso de los años. Este artículo tiene como objetivo describir los principales estudios realizados en los últimos 20 años sobre la optimización de torres de celosía a nivel internacional. Fueron consultados 28 artículos, encontrados en diferentes bases de datos científicas como ScienceDirect, Taylor & Francis y Springer.

## 2. Conceptos generales sobre técnicas heurísticas de optimización

### 2.1. Formulación de los problemas de optimización

#### Función objetivo

El factor decisivo para la optimización de un diseño es llamado función objetivo, la misma debe ser formulada dependiendo del mecanismo inherente de problema. La función objetivo es la función que mide cualitativamente el funcionamiento del sistema en un proceso de optimización, de modo que lo que se busca es la maximización o minimización de esta, enmarcado en una gama de posibles soluciones. En dependencia de la cantidad de objetivos que estas persigan en el proceso de optimización pueden ser clasificadas en multi-objetivos o mono-objetivos, siendo estas últimas las más empleadas [9].

#### Variables

Las variables representan las decisiones que se pueden tomar para variar el valor de la función objetivo. Se pueden clasificar como dependientes o independientes. Según el problema pueden ser discretas o continuas, o una combinación de ambas. Por ejemplo, en la optimización de un modelo de torre, las dimensiones de los bloques pueden ser variables continuas y las secciones transversales pertenecientes a un catálogo, ser discretas [16].

#### Restricciones

Según Datta, et al. [10] los problemas de optimización también pueden ser clasificados en problemas con restricciones o sin restricciones. Sánchez [11] plantea que en el caso de los problemas de optimización estructural la función objetivo está ligada a restricciones, asociadas a parámetros que describen de cierta forma el comportamiento de la estructura, tensiones, rigidez, desplazamientos, frecuencias naturales, etc. El tratamiento de restricciones es muy variado y dependiente del problema.

Al ejecutar cualquier algoritmo de optimización, se evalúa la función objetivo y se comprueban las restricciones para ver si hay alguna infracción. Si no hay violaciones, al conjunto de parámetros se le asigna el valor de aptitud correspondiente a la función objetivo evaluada. Cuando se violan las restricciones, la solución es inviable y, por lo tanto, no tiene aptitud. Muchos problemas prácticos están limitados y es muy difícil encontrar un punto factible que sea el mejor, y que el costo computacional no sea elevado. Como resultado, se debe obtener alguna información de soluciones inviables, independientemente de su clasificación de aptitud en relación con el grado de violación de la restricción [12]. Son variados los métodos para el manejo de las restricciones, entre ellos las funciones de penalización. Este método consiste en un factor que incrementa a la función objetivo y aumenta el valor del peso de los individuos cuando sus elementos no cumplen con los criterios de resistencia, lo cual logra que los individuos que no cumplan con estos criterios sean penalizados y disminuya la probabilidad de ser seleccionados para la próxima generación. Utilizar este método permite al algoritmo crear la población sin base en las restricciones, lo cual supone una disminución del costo computacional [13, 14].

## 2.2. Técnicas heurísticas de optimización

Los conceptos de técnicas heurísticas de optimización están siendo cada vez más aceptados en aplicaciones de la vida real debido a su robustez y capacidad de lidiar con complejos problemas de diseño. La Figura 2 muestra una línea de tiempo que representa las contribuciones más importantes de las técnicas heurísticas, desde su surgimiento hasta los tiempos actuales. En este epígrafe se presenta una descripción de las técnicas más abordadas por los autores en el campo de la optimización de torres: Algoritmos Genéticos (AG), Recocido Simulado (SA) y Enjambre de Partículas (PSO).



**Figura 2:** Línea de tiempo de algunas de las mayores contribuciones de las técnicas heurísticas [15].

### Algoritmos Genéticos

Holland fue quien primero desarrolló el concepto de Algoritmos Genéticos durante los años 1960 y 1970. Holland presentó sus ideas en 1975 en su libro *"Adaptation in Natural and Artificial Systems"*, en el cual demostró cómo la evolución Darwiniana podía ser abstraída y modelada mediante computadoras, para ser utilizada en estrategias de optimización [16]. Holland propuso a los Algoritmos Genéticos como un método heurístico basado en la supervivencia del más apto. El Algoritmo Genético (GA) clásico se basa en un grupo de soluciones candidatas que representan la solución del problema que se plantea resolver. Se basa en la genética como modelo de resolución de problemas. GA funciona con una población de posibles soluciones donde cada solución es representada a través de un cromosoma, que constituye una representación abstracta de la misma. El conjunto de soluciones es denominado población y cada solución de este conjunto se denomina individuo o cromosoma [17].

La codificación en cromosomas de todas las posibles soluciones es el primer paso. Después, se aplican a las soluciones un grupo de operadores de reproducción previamente determinados. Estos operadores son utilizados para mutar y recombinar las soluciones. El correcto funcionamiento de AG depende de la correcta elección de los operadores de reproducción. La selección debe ser capaz de comparar cada individuo de la población, esta comparación se hace mediante la función de aptitud. Cada cromosoma tiene un valor asociado que corresponde a su aptitud en la solución que representa. La aptitud corresponde a una evaluación de qué tan buena es la solución candidata. La solución óptima es la que brinda el mayor valor de la función objetivo. Si lo que se desea es minimizar la función objetivo, se podría invertir la función y convertirla en mínima, o modificar la selección para que escoja los menores valores de función objetivo [17-20].

#### **Recocido Simulado**

Uno de los primeros y más populares algoritmos metaheurísticos es el Recocido Simulado (SA). Este algoritmo imita los procesos de recocido en el procesamiento de materiales, ejemplo, cuando un metal se enfría y se congela en un estado cristalino con la energía mínima y tamaños de cristal más grandes para reducir los defectos en estructuras metálicas. El proceso de recocido implica un control cuidadoso de la temperatura y su velocidad de enfriamiento [21, 22].

Desarrollado por Kirkpatrick [22], SA a diferencia de los métodos basados en gradientes y otros métodos de búsqueda deterministas que tienen la desventaja de estar atrapados en mínimos locales, tiene la capacidad de evitar quedar atrapado en estos mínimos. La idea básica del algoritmo SA es utilizar la búsqueda aleatoria en términos de una cadena de Markov, que no solo acepta cambios que mejoran la función objetivo, sino que también mantiene algunos cambios que no son ideales. El algoritmo genera una gran cantidad de diseños de prueba donde cada uno de estos analiza una modificación aleatoria del diseño actual de la estructura mediante expansiones de Taylor para reducir requisitos informáticos. Luego, cada diseño ingresa a un módulo de decisión donde puede ser aceptado o rechazado según el valor de la función objetivo y el cumplimiento de las limitaciones. Cada diseño que viola una restricción no es factible y se rechaza inmediatamente [22].

#### **Enjambre de Partículas**

En el tiempo en que los algoritmos evolutivos dominaban el campo de la optimización, la comunidad científica se vio motivada a investigar sobre algoritmos inspirados en el comportamiento de aves, hormigas y peces que mostraban ciertos aprendizajes grupales [23]. Enjambre de Partículas utiliza un conjunto de partículas distribuidas aleatoriamente (soluciones potenciales), donde el algoritmo intenta mejorar las soluciones de acuerdo con una medida de calidad (función de aptitud). La improvisación se realiza moviendo las partículas alrededor del espacio de búsqueda por medio de un conjunto de expresiones matemáticas simples que modelan algunas comunicaciones entre ellas. Estas expresiones matemáticas, en su forma más simple y básica, sugieren el movimiento de cada partícula hacia una posición con una mejor experiencia y la mejor posición del enjambre, junto con algunas perturbaciones aleatorias [24, 25].

### **3. Estudios sobre aplicación de técnicas heurísticas a la optimización de torres de celosía**

Los estudios revisados en este artículo están orientados a evaluar el desempeño de las técnicas heurísticas con alguna modificación, o compararlas con otras técnicas. Para lograrlo, los autores utilizan funciones de prueba, que son torres que han sido ya optimizadas y que se utilizan para probar la eficiencia de la técnica o algoritmo.

#### **3.1. Optimización de torres mediante Algoritmos Genéticos**

Según la literatura científica, varios de los autores que aplican Algoritmos Genéticos para la optimización de torres, utilizan el peso de la estructura como función objetivo [17, 26-31]. Deb y Gulati [26] optimizan armaduras 2-D y 3-D para determinar el tamaño óptimo de la sección transversal, la topología y la forma, y minimizar el peso de las estructuras. Los autores emplean un Algoritmo Genético (GA) de codificación real, y el problema se somete a restricciones de tensión, deformación y estabilidad cinemática. Los tipos de optimización definidas fueron aplicados mediante el uso de un nuevo esquema de representación. El GA propuesto utiliza un vector de longitud fija de variables de diseño que representan las áreas de los miembros y el cambio en las coordenadas nodales. Además, las consideraciones prácticas, como la inclusión de nodos importantes en la estructura optimizada, se tienen en cuenta mediante el uso de un concepto de nodos básicos y no básicos. El concepto de nodos básicos y no básicos es introducido con el objetivo de reducir el tiempo computacional, al no realizar análisis de Elementos Finitos para miembros que resulten insatisfactorios. Las armaduras tomadas como base para la optimización tienen la siguiente configuración: armaduras 2D de 15 miembros y 6 nodos, 11 miembros y 6 nodos, 45 miembros y 10 nodos, armadura de dos pisos con 39 miembros y 6 nodos (sometida a optimización de tamaño y topología y luego a optimización de tamaño, forma y topología), y una armadura 3D de 25 miembros y 10 nodos. La técnica propuesta por los autores redujo el número de miembros y nodos en las armaduras. En el caso de la armadura 3D se obtuvo una reducción del peso en un 0,012% con respecto a la armadura de Haug y Arora [32].

Un enfoque innovador lo presentan Sivakumar, et al. [27], que exploran la optimización de torres de celosía de acero mediante la combinación de GA y un enfoque orientado a objetos, con el propósito de eliminar las dificultades en el manejo de problemas de gran tamaño como torres de celosía. La búsqueda mejorada y la convergencia rápida se obtienen al considerar la torre de celosía como un conjunto de objetos pequeños y combinar los objetos donde se utilizan estructuras en voladizo en serie, como torres de celosía. Los autores proponen una torre de celosía de 148 barras para la optimización. La torre fue optimizada teniendo en cuenta la configuración completa, y luego utilizando el enfoque orientado a objetos. Se empleó una optimización del tamaño de la sección transversal de los elementos, donde fueron consideradas 25 variables de tipo área. La función objetivo fue el peso de la torre, bajo las restricciones de tensión y estabilidad en los elementos estructurales. Se concluye que el enfoque orientado a objetos arrojó un peso menor que el enfoque de la configuración completa de la torre, en un orden del 17%.

Tang, et al. [28] presentan un Algoritmo Genético mejorado (GA) para minimizar el peso de armaduras con variables de tamaño, forma y topología. Debido a la naturaleza de las variables discretas y continuas, se proponen esquemas de codificación mixtos, que incluyen codificación binaria y flotante, y codificación entera y flotante. Se aplica la función sustituta para unificar las restricciones en una sola; además, la reproducción sustituta se desarrolla para seleccionar buenos individuos para el grupo de apareamiento sobre la base de los valores de restricción y aptitud, lo que considera completamente el carácter de la optimización restringida. Los autores proponen una nueva estrategia para crear la próxima población mediante la competencia entre la población de padres y descendientes en función de los valores de restricción y aptitud; de modo que se prolongue la vida útil del gen excelente. Como la población inicial se crea aleatoriamente y los tres operadores de GA (selección, cruce y mutación) también son indeterminables, es necesario comprobar si la topología estructural es deseable. Se propone un operador de reinicio mejorado para introducir un nuevo gen y explorar un nuevo espacio, de modo que se mejore la confiabilidad de GA. Se resuelven tres ejemplos seleccionados sujetos a restricciones de tensión y desplazamiento: una armadura plana de 15 barras, una armadura espacial de 25 barras y una armadura plana de 10 barras. Los resultados numéricos demostraron que el esquema GA mejorado redujo el peso de las armaduras en un 35,42%, 8,27% y 13,53% respectivamente, los cuales corresponden al esquema de codificación entera y binaria.

Rahami, et al. [29] optimizan la configuración de

armadura espacial de 25 barras obtenida por Tang et al. [28]. Los autores presentan un método de combinación de energía y fuerza para minimizar el peso de las estructuras de armaduras. El proceso de optimización mediante GA se dividió en dos fases para la armadura tridimensional. Se aplicó primeramente una optimización de tamaño y forma, que es luego reconsiderada para optimizar el tamaño, la forma y la topología. El método emplea ideas básicas del método de la fuerza y el enfoque de la energía complementaria. La idea principal que se propone en este trabajo es la forma en que se reducen las variables de entrada. La optimización de tamaño y forma de la armadura mostró una disminución del peso de la estructura del 3,87 % con respecto a la armadura de Tang, et al. [28], y un 0,32% en la optimización de tamaño, forma y topología.

Özakça, et al. [30] aplican GA basados en FORTRAN a la optimización de torres de transmisión de electricidad. Las variables de diseño todas consisten en secciones transversales de los elementos para demostrar la eficiencia de la optimización de tamaño; la configuración de la torre no cambia. La función objetivo fue el peso de la torre. Los autores suponen un diseño inicial de 672 barras y luego comprueban, bajo las restricciones de tensión y requerimientos de los códigos. En el diseño inicial fijaron áreas para las secciones transversales de 0.01 m<sup>2</sup>, las cuales fueron consideradas como pseudo-continuas. Como resultado, la optimización de tamaño redujo el peso de la torre inicial en un 64,68%.

Belevičius, et al. [31] proponen un procedimiento para la optimización del tamaño de topología mixta de mástiles, donde se busca el peso mínimo del mástil con GA. Las restricciones del problema incluyen: requisitos de resistencia, esbeltez, estabilidad local y global según los Eurocódigos. Entre las variables del problema de optimización se encuentran: número de grupos de clusters, número de secciones típicas a lo largo de la altura del mástil, alturas de los puntos de sujeción de los tirantes a lo largo del eje del mástil, fuerzas de pretensado en todos los grupos de clusters, distancia de las cimentaciones de viga desde el eje del mástil, ancho del lado del mástil, radios de patas, miembros de refuerzo y radios de clusters. El valor de la función objetivo es obtenido bajo todas las restricciones y se verifican mediante un análisis estático con un software de elementos finitos. Para la optimización, se utilizó el ejemplo de un mástil de 50 metros, con un peso de 2301 Kg. Los parámetros de número de genes, tamaño de la población, cruce y mutación, se ajustan al problema mediante 30 experimentos. El mejor valor obtenido fue de 1968,1 Kg, que representa una reducción del peso del 14,47%. Los autores plantean que el diseño obtenido puede servir como base para un análisis dinámico no lineal más preciso.

Sony y Airin [17] utilizan GA para la optimización de una torre de transmisión de electricidad integrando los programas ANSYS y MATLAB. El problema de optimización es formulado como la minimización del peso de la torre. El objetivo de la optimización es la masa total bajo la restricción de la máxima tensión permisible. Los autores optimizan una torre de 132 kV de doble circuito. La altura total de la torre, el ancho de la base y la configuración global de la torre son consideradas fijas, mientras que los parámetros de optimización son el ancho y el espesor de las secciones angulares usadas en cada miembro. Finalmente, los autores concluyeron que acoplando MATLAB y GA se obtienen mejores resultados, con una reducción del peso del 78,66%.

Magalhães, et al. [33], por su parte, emplean el costo de la estructura como función objetivo. Los autores optimizan el diseño de una torre autosoportada de un aerogenerador utilizando GA. Las variables de diseño consideradas fueron los costos de los materiales de la torre, costos de los materiales de los nodos, ensamblaje y mano de obra, los costos de los soportes a tierra, costos de manufactura de las diferentes secciones de la torre, el número de barras que llegan a un nodo (costo de conectar una barra en un nodo) y el ángulo de incidencia de una barra en el nodo; sometidas a requerimientos o restricciones de desplazamiento, tensión y pandeo. En el estudio, primeramente se diseñó manualmente una estructura pequeña, luego se generó la estructura óptima en Optistruct® mediante el método de elementos finitos. En este procedimiento también se aumentó considerablemente la altura de la estructura para que pueda ser utilizado en grandes generadores. Finalmente, la mejor estructura fue aquella que mostró la mejor relación entre costo de producción y requerimientos mecánicos, con una altura de 122,80 m, 417 nodos y 1164 barras, y un peso total de 94885,03 Kg.

La optimización multiobjetivo es también utilizada en varios trabajos que aplican Algoritmos Genéticos,

como es el caso de Chunming, et al. [34] y Khodadadi y Bueleow [35]. Chunming, et al. [34] optimizan una torre de alta tensión de la tipología 5D-SZC3 empleando un Algoritmo Genético para optimización multiobjetivo denominado Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II). Las funciones objetivo definidas por los autores fueron el costo de la torre y el desplazamiento en el eje X de las uniones a tierra de la torre. Los autores optimizaron los miembros principales de la torre e ignoraron los miembros diagonales y los miembros auxiliares. Los miembros principales fueron divididos en 28 grupos definidos por los requerimientos de diseño. Se consideraron dos variables de sección transversal y dos variables de tipo de material. Para el Algoritmo Genético fueron definidas una población de 100 y una generación límite de 500. Los autores concluyen que el uso de dos tipos de acero para la optimización de la torre puede reducir el costo entre un 4% y un 16% y que el NSGA-II puede proveer una variedad de opciones para determinados parámetros de diseño de torres de transmisión. Acorde con las diferentes necesidades los diseñadores pueden elegir una opción apropiada.

Khodadadi y Bueleow [35] desarrollan una técnica de búsqueda que usa conceptos de álgebra y optimización evolutiva a partir de un Algoritmo Genético no convencional denominado Non-Destructive Dynamic Population. Los autores demuestran la habilidad de un método de búsqueda de formas para el diseño multiobjetivo y para encontrar una serie de buenas soluciones que puedan ser comparadas en lugar de una única solución óptima. Para la puesta en práctica de la técnica, exploran la topología de torres autosoportadas de base poligonal y las comparan geoméricamente y estructuralmente con la torre de agua de Shukhov en Ninzhy Novgorod, Rusia; construida en 1896. La solución óptima consiste en una torre de 30 nodos y un peso de 36,5 t. En su trabajo refieren que en el proceso de obtener la solución óptima se pierden muchas soluciones que pueden tener buenas prestaciones.

### 3.2. Optimización de torres mediante Recocido Simulado del Acero

Lamberti [36] presenta un algoritmo de optimización basado en Recocido Simulado. El algoritmo, denotado como CMLPSA (Corrected Multi-Level & Multi Point Simulated Annealing), implementa un mecanismo de investigación avanzada donde cada diseño candidato es seleccionado de una población de puntos de prueba generados de forma aleatoria. Además, CMLPSA incluye una estrategia de recocido multinivel, donde los puntos de prueba se generan al perturbar todas las variables de diseño simultáneamente (a nivel global) o una a una (a nivel local). El CMLPSA se prueba en seis problemas de optimización estructural, con el objetivo de minimizar el peso de las armaduras de barras, con hasta 200 elementos, sujetos a restricciones en los desplazamientos de los nodos, tensiones de los miembros y cargas críticas de pandeo. Los casos de prueba incluyen las variables de optimización de tamaño y forma. El problema computacional más costoso tiene 200 variables de diseño y 3500 restricciones de optimización, para el cual se obtuvo una ligera disminución del peso en un 0.0137%.

Martínez, et al. [37] proponen una metodología para la optimización de torres de alta tensión mediante el algoritmo SA. El algoritmo propuesto compatibiliza la naturaleza discreta de las secciones de las barras con la naturaleza continua de las variables que definen la geometría y la forma global de la estructura, donde se configura una optimización mixta. La función objetivo es el peso de la torre, que está compuesta por 23 bloques, para un total de 829 elementos y 267 nodos. Definen un total de 200 variables, 154 de tipo discreta y 46 de tipo continua, bajo los criterios del Eurocódigo No. 3 y las restricciones de tensión y esbeltez en los elementos. La optimización respecto al peso inicial fue de un 19.85%.

Couceiro, et al. [38] presentan una metodología para la optimización de armaduras tridimensionales y su aplicación como soporte de líneas de alta tensión. El algoritmo desarrollado se probó en problemas de optimización de tamaño y forma con resultados notables. Se estudiaron dos problemas ampliamente usados por autores para probar la eficiencia de los algoritmos, los cuales consisten en la optimización del tamaño de una torre de 25 barras y posteriormente se optimiza el tamaño en conjunto con la forma. El resultado se comparó a través de las referencias estudiadas con varios algoritmos. El SA, junto con las mejoras incluidas, probó ser eficiente también en la optimización de estructuras de transmisión reales, como se mostró en un ejemplo de aplicación real, para el cual se alcanzaron soluciones incluso un 40 % mejores que diseños reales.

Tort, et al. [39] desarrollaron un método para optimizar torres de transmisión de energía en función del peso, integrando un algoritmo SA en dos fases, con el software PLSTOWER, acorde con los requerimientos y especificaciones de diseño de la ASCE 10-97. Los autores compararon el algoritmo SA de dos fases desarrollado, con una formulación de SA típica en tres problemas de optimización de torres de alto voltaje de 110 y 400kV. La función objetivo fue el peso de las torres. Los diseños optimizados y el tiempo de CPU empleado por las dos variantes de SA de cada problema, fueron comparados con las configuraciones estructurales disponibles de procesos de diseño convencionales y cuantificaron la economía de material lograda. El algoritmo en dos fases aportó una reducción del 26, 35% del peso de la estructura.

Hasançebi, et al. [40] desarrollan una técnica de mejora para el algoritmo SA. La técnica se aplica a dos ejemplos numéricos (un plano reforzado de 304 miembros marco de acero con 32 variables y un marco de acero espacial sin refuerzos de 132 miembros con 30 variables) diseñado de acuerdo con las disposiciones de las tensiones admisibles AISC-ASD. La función a optimizar es el peso de los marcos, bajo las restricciones de tensión, pandeo y desplazamiento. Se emplea una técnica de hibridación con el algoritmo Taboo Search (TS) para mejorar el proceso de SA, donde concluyen que el algoritmo hibridado mejora el tiempo de convergencia del proceso de optimización en un 35%.

Couceiro, et al. [41] presentan un software informático para la optimización del peso de estructuras de transmisión de energía. El software emplea una versión modificada del algoritmo de Recocido Simulado. Las estructuras son torres de acero tridimensionales que se utilizan como torres de soporte de líneas eléctricas. Proponen fusionar variables de diseño continuas (33) y discretas (130) para optimizar el tamaño y la forma de las cerchas, bajo las restricciones de esbeltez y tensiones que propone la ASCE 10-97. Concluyen que con la utilización de este software se pueden optimizar pesos de torres entre un 20 y un 30%.

### 3.3. Optimización de torres mediante Enjambre de Partículas

El primer trabajo encontrado en la bibliografía es el de Luh y Lin [42]. Los autores proponen una metodología basada en un algoritmo de Enjambre de Partículas (PSO) para optimizar el peso de una armadura plana de 39 barras adoptada en estudios previos por Deb y Gulati [26]. El problema de optimización de la estructura, estuvo sometido a restricciones de tensión, deflexión y estabilidad cinemática. El estudio se divide en dos etapas, la primera se emplea para resolver la configuración topológica óptima mediante el algoritmo *Binary Particle Swarm Optimization* (BPSO) y la segunda se emplea para la optimización de la sección transversal de los elementos y de la forma del conjunto, utilizando *Attractive and Repulsive Particle Swarm Optimization* (ARPSO). Se obtuvieron 15 configuraciones topológicas, en las cuales se disminuye el número de elementos inicialmente concebidos en la armadura y simultáneamente se optimizó el área de la sección de los elementos. Como resultado, se lograron 3 armaduras que de forma general son más ligeras en un 10% en un menor número de iteraciones.

Otra investigación que sigue esta línea es la desarrollada por Kaveh, et al. [44]. Los autores programan un algoritmo conocido como *Swallow Swarm Optimization* (SSO) hibridado con *Particle Swarm Optimization* (PSO), a partir de lo cual logran un nuevo algoritmo conocido como *Hybrid Particle Swallow Optimization* (HPSSO), que emplean para la minimización del peso de seis armaduras, y de esta manera evalúan su desempeño contra otras técnicas heurísticas. Se optimizó el área de la sección transversal de los elementos. Se definen para la armadura espacial de 22 barras, siete variables [45], y en la torre de transmisión de 25 barras, ocho variables [46]. En el caso de la armadura de 22 barras el algoritmo *Harmony Search* (HS) propuesto por Lee y Geem [45] requiere un 40% menos de iteraciones con respecto a (HPSSO) para encontrar la mejor solución, ambos ofrecen diseños más ligeros respecto a los restantes autores. En el caso de la torre de transmisión de 25 barras, el algoritmo *Self Adaptive Harmony Search* (SAHS) [46] fue el más eficiente para encontrar la convergencia en cuanto a velocidad y el peso óptimo, donde (HPSSO) requiere de un 45% más de iteraciones que (SAHS).

Gomes [47] realiza una optimización del peso de armaduras estructurales en tamaño y forma, teniendo en cuenta las restricciones de frecuencia. Las optimizaciones estructurales de forma y tamaño son problemas de optimización dinámica altamente no lineales, ya que esta reducción de peso entra en conflicto con las restricciones de frecuencia, especialmente cuando tienen un límite inferior. Además, los modos de vibración pueden cambiar fácilmente debido a modificaciones de forma. Los autores investigan el uso de un algoritmo de optimización de enjambre de partículas (PSO) como motor de optimización en este tipo de problemas. Se presentan cuatro ejemplos con respecto a la optimización de armaduras en forma y tamaño con restricciones de frecuencia. Entre ellos, se investiga una armadura espacial de 72 barras con cuatro masas concentradas en los nudos superiores. Los autores no lograron obtener un peso ligeramente mayor que la armadura estudiada por Sedaghati [48] (0,37% mayor), lo cual puede deberse a aproximaciones numéricas durante el análisis estructural.

Cao, et al. [49] presentan una optimización mejorada del algoritmo Enjambre de Partículas (EPSO) para la optimización del tamaño y la forma de estructuras de celosía. Utilizan tres ejemplos de estructuras de celosía, previamente investigadas, una armadura plana de 10 barras con 10 variables de diseños, una armadura plana de 37 barras con 19 variables de diseño y una torre de 942 barras con 59 variables de diseño. La función objetivo a optimizar es el peso para cada una de las estructuras, definiéndose como variable de diseño el área de la sección transversal de los elementos bajo las restricciones de tensiones y pandeo en los elementos. Los autores concluyen que EPSO discrepa en cuanto a la obtención de las mejores soluciones con respecto a los algoritmos propuestos por el resto de los autores, pero con pequeñas diferencias, pero alcanza la obtención de soluciones óptimas en un menor número de análisis estructurales para encontrar la mejor solución.

Recientemente, Tsipsis, et al. [50] examinan la optimización estructural a través de un optimizador basado en PSO con *Non-Uniform Rational B-Spline* (NURBS) que se implementa para encontrar topologías de estructuras de tipo curvo. La función objetivo es el peso de una torre, con variables de diseño: el área de la sección transversal de los elementos, y la interconexión entre los nodos del conjunto, bajo las restricciones de tensiones y desplazamientos. La técnica es aplicada a una torre 2D, con 24 elementos de acero, agrupados en ocho grupos. Los resultados de la investigación sugieren que el método PSO con la implementación NURBS puede ser utilizado en la optimización estructural de torres rectas y curvas, pero el número de nodos debe de estar definido en detalle inicialmente en el problema, lo que constituye una desventaja.

### 3.4. Optimización de torres mediante otras técnicas heurísticas

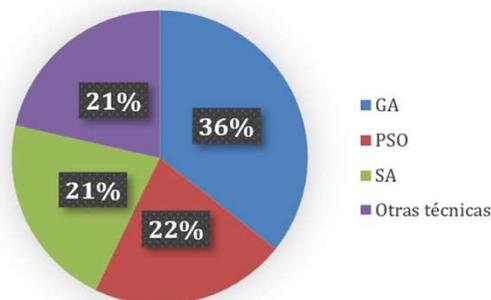
Existen otros algoritmos basados en fenómenos de la naturaleza que han sido utilizados para la optimización de torres. Por ejemplo, Souza, et al. [51] optimizan torres autosoportadas donde aplican el Algoritmo de Luciérnaga (FA por sus siglas en inglés *Firefly Algorithm*) y el *Backtracking Search Algorithm* (BSA). En este enfoque, la estructura es dividida en módulos principales, que pueden asumir diferentes topologías preestablecidas. Utilizaron como función objetivo el peso de la estructura y la optimización de secciones, geométrica, y topológica se llevó a cabo de forma simultánea. El problema es formulado utilizando restricciones de tensión, relación de esbeltez y sección transversal. La optimización se aplicó a dos ejemplos estructurales: una torre de transmisión estudiada en CIGRÉ (2009) y una torre de transmisión autosoportada de 115 kV. Se utiliza un esquema de penalización para transformar el problema en un problema sin restricciones. El esquema propuesto fue capaz de reducir un 6.4% del peso de la estructura cuando se comparó con las estructuras originales.

Millán-Páramo [9] solucionó el problema de optimización de una armadura espacial de 72 barras empleando el Algoritmo Ondas del Agua (WWO), inspirado en los modelos de onda de agua superficial para resolver problemas de optimización. Para investigar la eficiencia del algoritmo, fueron utilizados cinco problemas clásicos: armaduras planas de 10, 17 y 18 barras y armaduras espaciales de 25 y 72 barras. Para el análisis el autor categorizó la armadura en 16 grupos de variables de diseño. Realizó 100 corridas independientes del problema y utilizó el mejor peso, el peso promedio y la desviación estándar encontrados por WWO para compararlos con otras técnicas de optimización. Como resultado, se obtuvo que el algoritmo tiene eficiencia y eficacia para enfrentar diversos tipos de problemas y con diferentes números de elementos.

Kaveh y Ghazaan [7] realizaron la optimización de tres torres de alta tensión autosoportadas empleando los algoritmos *Colliding Bodies Optimization* (CBO), *Enhanced Colliding Bodies Optimization* (ECBO), *Vibrating Particles System* (VPS) y el algoritmo híbrido llamado MDVC-UVPS. Las variables de diseño consideradas fueron las áreas de las secciones transversales de todos los miembros de la torre, las cuales se emplearon como variables discretas y fueron seleccionadas de una lista de secciones discreta basada en estándares de producción. El problema de optimización fue planteado como la minimización del peso de la estructura, sujeto a restricciones de tensión y requerimientos de servicialidad. Los autores resolvieron cada ejemplo 30 veces de manera independiente y fue considerado un máximo de 1000 iteraciones como el criterio de parada. Para cada algoritmo consideraron una población de 20 partículas. Los algoritmos fueron codificados en MATLAB y las estructuras fueron analizadas usando un método propio de los autores. De los resultados obtenidos los autores concluyen que el algoritmo MDVCUVPS obtiene mejores resultados.

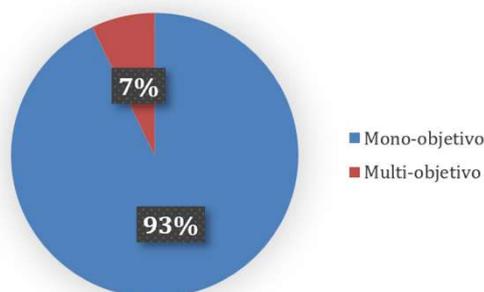
## 4. Análisis de resultados

En la bibliografía consultada, los autores se enfocan en presentar nuevas herramientas, metodologías o técnicas de mejora para los algoritmos. Un total de 28 artículos fueron analizados en cuanto a la técnica heurística empleada, tipo de optimización, función objetivo, variables de diseño y restricciones para la formulación del problema. Dentro de las técnicas heurísticas, se encontró que los algoritmos principalmente usados son: Algoritmos Genéticos, Recocido Simulado, Enjambre de Partículas y otras técnicas basadas en fenómenos de la naturaleza, como FA, BSA, WWO, CBO y VPS. Como resultado, se obtuvo que Algoritmos Genéticos tiene la mayor proporción de utilización en la optimización de torres de celosía, pues ocupa un 35,71% de las aplicaciones (Figura 3).



**Figura 3:** Proporción de las técnicas heurísticas utilizadas por los autores

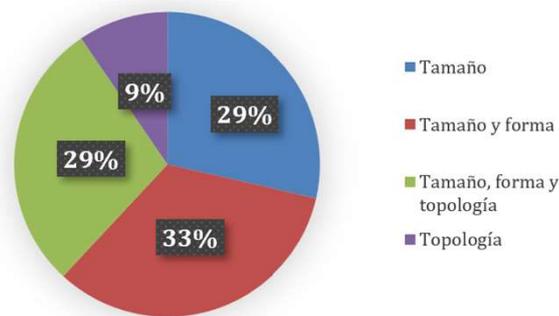
El factor decisivo para la optimización del diseño es la definición de la función objetivo. En dependencia de la cantidad de objetivos que persigan en el proceso de optimización, los autores utilizan funciones multi-objetivos o mono-objetivos, siendo estas últimas las que ocupan mayor porcentaje de aplicación (Figura 4).



**Figura 4:** Proporción de las funciones objetivos utilizadas por los autores según cantidad de objetivos.

Según el mecanismo inherente del problema, los autores formulan diferentes funciones objetivo: peso, costo, desplazamiento de uniones a tierra. El porcentaje más elevado lo ocupa la optimización del peso de la torre, que constituye un 89,29 %, lo cual representa una gran diferencia con respecto a las demás funciones objetivo definidas en la bibliografía.

Con respecto al tipo de optimización, se encontró que un mayor porcentaje de los autores optimiza de forma combinada el tamaño y la forma de las estructuras, aunque un porcentaje similar utilizan la optimización de tamaño y la combinación de los tres tipos de optimización (Figura 5). En algunas de estas investigaciones se realiza primeramente la optimización de tamaño, o de tamaño y forma, y luego se optimiza la topología o se efectúan los tres tipos combinados para comparar los resultados [29, 38, 42].



*Figura 5: Proporción de los tipos de optimización utilizados por los autores*

## 5. Conclusiones

La tendencia mundial en la optimización del diseño estructural de torres auto soportadas apunta al empleo de técnicas heurísticas de optimización, que buscan la reducción de la población y lograr la convergencia en un menor número de iteraciones. En esta investigación se consultaron 28 artículos orientados a evaluar el desempeño de las técnicas heurísticas con alguna modificación, o compararlas con otras técnicas, para lo cual los autores utilizan funciones de prueba. Se evidenció que las técnicas más empleadas por los autores en el campo de la optimización de torres son Algoritmos Genéticos (AG), Recocido Simulado (SA) y Enjambre de Partículas (PSO). Para la optimización del diseño de torres de celosía, Algoritmos Genéticos constituye la técnica más empleada, la cual ocupa un 35,71%. Con respecto al tipo de optimización, el porcentaje de utilización de la optimización de tamaño y forma es similar al de los autores que emplean solo la de tamaño y la combinación de los tres tipos de optimización, aunque se encontró que un mayor porcentaje de los autores optimiza de forma combinada el tamaño y la forma de las estructuras (33%). El peso de la torre constituye la función objetivo que más optimiza en las investigaciones consultadas (89,29%).

- [1] A. Mortazavi, "Large-scale structural optimization using a fuzzy reinforced swarm intelligence algorithm," *Advances in Engineering Software*, vol. 142, p. 102790, 2020/04/01/2020.<https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2020.102790>
- [2] L. Hanssen, "A Computer Program System for Design of Power Transmission Towers," Norges tekniske hoegskole trondheim selskapet for industriell og teknisk, 1981.
- [3] K. Majid and X. Tang, "The optimum design of pin-jointed space structures with variable shape," *Structural Engineer*, vol. 62, pp. 31-37, 1984.
- [4] D. J. Sheppard and A. C. Palmer, "Optimal design of transmission towers by dynamic programming," *Computers and Structures*, vol. Vol.2, pp. pp. 455-468, (1972).
- [5] P. P. Raj and S. O. Durrant, "Optimum structural design by dynamic programming," *Journal of the Structural Division*, vol. 102, no. 8, pp. 1575-1589, 1976.
- [6] O. Bozorg-Haddad, "Advanced optimization by nature-inspired algorithms," (Studies in Computational Intelligence 720). Singapore: Springer, 2018, p.^pp. Pages.
- [7] A. Kaveh and M. I. Ghazaan, "Meta-heuristic Algorithms for Optimal Design of Real-Size Structures," *Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2018*, pp. 123-137, 2018.[https://doi.org/10.1007/978-3-319-78780-0\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-78780-0_8)
- [8] S. Mirjalili and A. Lewis, "The Whale Optimization Algorithm," *Advances in Engineering Software*, vol. 95, pp. 51-67, 2016/05/01/2016.<https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.01.008>
- [9] C. Millán-Páramo, "Diseño óptimo de armaduras empleando optimización con ondas del agua," *INGE CUC*, vol. 13, pp. 102-11, pp. 102-11, 2017.<http://dx.doi.org/10.17981/ingecuc.13.2.2017.11>.
- [10] S. Datta, S. Roy, and J. P. Davim, "Optimization Techniques: An Overview," in *Optimization in Industry: Present Practices and Future Scopes*, S. Datta and J. P. Davim, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 1-11.
- [11] S. Sánchez Caballero, "Optimización estructural y topológica de y estructuras morfológicamente no definidas mediante Algoritmos Genéticos," Doctoral, Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales, Universiad Politécnica de Valencia España, 2012.
- [12] P. W. Christensen and A. Klarbring, "Introduction," in *An Introduction to Structural Optimization* Dordrecht: Springer Netherlands, 2009, pp. 1-7.
- [13] P. Siarry, "Metaheuristics." Cham (Switzerland): Springer, 2016, p.^pp. Pages.
- [14] C. W. Carrol, "The Created Response Surface Technique for Optimizing Nonlinear Restrained Systems."
- [15] K. Sörensen, M. Sevaux, and F. Glover, "A History of Metaheuristics," in *Handbook of Heuristics*, R. Martí, P. M. Pardalos, and M. G. C. Resende, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2018, pp. 791-808.
- [16] L. Jacobson and B. Kanber, *Genetic algorithms in Java basics*. New York (USA): Apress Media, 2015.
- [17] S. R. Sony and M. Airin, "Optimization of Transmission Tower using Genetic Algorithm," *International Journal of Science and Research (IJSR)* vol. 5, no. 9, 2016.
- [18] R. K. Ursem, "Models for evolutionary algorithms and thei rapplications ins ystem identification and control optimization," Department of Computer Science, University of Aarhus, Denmark, April 1, 2003, 2003.
- [19] J. H. Holland, "Genetic Algorithms and Adaptation," in *Adaptive Control of Ill-Defined Systems*, O. G. Selfridge, E. L. Rissland, and M. A. Arbib, Eds. Boston, MA: Springer US, 1984, pp. 317-333.
- [20] J. H. Holland, "Reproductive Plans and Genetic Operators," in *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*: MIT Press, 1975, pp. 89-120.
- [21] F. Glover and G. A. Kochenberger, "Handbook of Metaheuristics of International Series in Operations Research & Management Science." Kluwer Academic Publishers/Springer, New York, 2003, p.^pp. Pages.

## Referencias Bibliográficas

- [22] S. Kirkpatrick, "Optimization by simulated annealing: Quantitative studies," *Journal of Statistical Physics*, vol. 34, no. 5, pp. 975-986, 1984/03/01 1984.10.1007/BF01009452
- [23] R. Eberhart and J. Kennedy, "A new optimizer using particle swarm theory," in *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, 1995, pp. 39-43.
- [24] S. Sanchez-Caballero, M. Á. Sellés Cantó, R. Pla-Ferrando, and M. Peydro, "Nuevas técnicas de optimización de estructuras," *3C Tecnología*, vol. 1, no. 3, pp. 1-19, 2012.
- [25] Y. Shi and R. Eberhart, "A modified particle swarm optimizer," in *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*, 1998, pp. 69-73.
- [26] K. Deb and S. Gulati, "Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 37, no. 5, pp. 447-465, 2001/05/01/ 2001.[https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(00\)00057-3](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(00)00057-3)
- [27] P. Sivakumar, A. Rajaraman, G. Samuel Knight, and D. Ramachandramurthy, "Object-oriented optimization approach using genetic algorithms for lattice towers," *Journal of computing in civil engineering*, vol. 18, no. 2, pp. 162-171, 2004.
- [28] W. Tang, L. Tong, and Y. Gu, "Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables," vol. 62, no. 13, pp. 1737-1762, 2005.<https://doi.org/10.1002/nme.1244>
- [29] H. Rahami, A. Kaveh, and Y. Gholipour, "Sizing, geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm," *Engineering Structures*, vol. 30, no. 9, pp. 2360-2369, 2008/09/01/ 2008.<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.01.012>
- [30] M. Özakça, A. Mohammed, and N. Taysi, "OPTIMAL DESIGN OF TRANSMISSION TOWERS USING GENETIC ALGORITHM," *SDU International Technologic Science*, vol. 4, pp. 115-123, 11/01 2012. : <https://www.researchgate.net/publication/268214533>
- [31] R. Belevičius, D. Jatulis, and D. Šešok, "Optimization of tall guyed masts using genetic algorithms," *Engineering Structures*, vol. 56, pp. 239-245, 2013/11/01/ 2013.<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.05.012>
- [32] P. F. Sun, J. S. Arora, and E. J. Haug, "FAIL-SAFE OPTIMAL DESIGN OF STRUCTURES," *Engineering Optimization*, vol. 2, no. 1, pp. 43-53, 1976/01/01 1976.10.1080/03052157608960596
- [33] P. A. A. Magalhães, T. S. Ferreira, A. C. D. A. Junior, O. A. De, C. Filho, and C. A. Magalhães, "Structural analysis and structural optimization of self supporting truss towers to support a large wind turbine," *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, vol. 4, pp. 341-359, 2014.
- [34] W. E. Chunming, S. U. Tingting, M. A. Bin, and G. Jing, "Research on the Optimal Layout of High-strength Steel in the Transmission Tower," *Physics Procedia*, vol. 33, pp. 619-625, 2012/01/01/ 2012.<https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.05.112>
- [35] A. Khodadadi and P. V. Bueleow, "Form Exploration and GA-Based Optimization of Lattice Towers Comparing with Shukhov Water Tower," *Shells, Membranes and Spatial Structures: Footprints* 2014.
- [36] L. Lamberti, "An efficient simulated annealing algorithm for design optimization of truss structures," *Computers & Structures*, vol. 86, no. 19, pp. 1936-1953, 2008/10/01/ 2008.<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2008.02.004>
- [37] S. Martínez, J. París, I. Colominas, F. Navarrina, and M. Casteleiro, "Optimización mixta de estructuras de transporte de energía: aplicación del algoritmo de recocido simulado," *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol. 30, no. 2, pp. 121-135, 2014/04/01/ 2014.<https://doi.org/10.1016/j.rimni.2013.02.003>
- [38] I. Couceiro, J. París, S. Martínez, I. Colominas, F. Navarrina, and M. Casteleiro, "Structural optimization of lattice steel transmission towers," *Engineering Structures*, vol. 117, pp. 274-286, 2016/06/15/ 2016.<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.03.005>

- [39] C. Tort, S. Şahin, and O. Hasańgebi, "Optimum design of steel lattice transmission line towers using simulated annealing and PLS-TOWER," *Computers & Structures*, vol. 179, pp. 75-94, 2017/01/15/2017.<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.10.017>
- [40] M. P. Saka, O. Hasańgebi, and Z. W. Geem, "Metaheuristics in structural optimization and discussions on harmony search algorithm," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 28, pp. 88-97, 2016/06/01/2016.<https://doi.org/10.1016/j.swevo.2016.01.005>
- [41] I. Couceiro, J. París, S. Martínez, F. Navarrina, and I. Colominas, "Computer software for analysis and design optimization of power transmission structures by simulated annealing and sensitivity analysis," *Engineering with Computers*, vol. 37, no. 4, pp. 3649-3663, 2021/10/01 2021.10.1007/s00366-020-01022-x
- [42] G.-C. Luh and C.-Y. Lin, "Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization," *Computers & Structures*, vol. 89, no. 23, pp. 2221-2232, 2011/12/01/2011.<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.08.013>
- [43] S. Gholizadeh, "Layout optimization of truss structures by hybridizing cellular automata and particle swarm optimization," *Computers & Structures*, vol. 125, pp. 86-99, 2013/09/01/2013.<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2013.04.024>
- [44] A. Kaveh, T. Bakhshpoori, and E. Afshari, "An efficient hybrid Particle Swarm and Swallow Swarm Optimization algorithm," *Computers & Structures*, vol. 143, pp. 40-59, 2014/09/01/2014.<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.07.012>
- [45] K. S. Lee and Z. W. Geem, "A new structural optimization method based on the harmony search algorithm," *Computers & Structures*, vol. 82, no. 9, pp. 781-798, 2004/04/01/2004.<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.01.002>
- [46] S. O. Degertekin, "Improved harmony search algorithms for sizing optimization of truss structures," *Computers & Structures*, vol. 92-93, pp. 229-241, 2012/02/01/2012.<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.10.022>
- [47] H. M. Gomes, "Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 1, pp. 957-968, 2011/01/01/2011.<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.086>
- [48] R. Sedaghati, "Benchmark case studies in structural design optimization using the force method," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, no. 21, pp. 5848-5871, 2005/10/01/2005.<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.03.030>
- [49] H. Cao, X. Qian, Z. Chen, and H. Zhu, "Enhanced particle swarm optimization for size and shape optimization of truss structures," *Engineering Optimization*, vol. 49, no. 11, pp. 1939-1956, 2017/11/02 2017.10.1080/0305215X.2016.1273912
- [50] I. N. Tsiptsis, L. Liimatainen, T. Kotnik, and J. Niiranen, "Structural optimization employing isogeometric tools in Particle Swarm Optimizer," *Journal of Building Engineering*, vol. 24, p. 100761, 2019/07/01/2019.<https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2019.100761>
- [51] R. R. d. Souza, L. F. Fadel Miguel, R. H. Lopez, L. F. F. Miguel, and A. J. Torii, "A procedure for the size, shape and topology optimization of transmission line tower structures," *Engineering Structures*, vol. 111, pp. 162-184, 2016/03/15/2016.<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.12.005>